

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Ингушский государственный университет»



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование дисциплины:

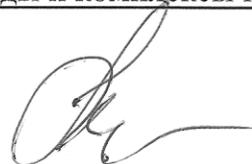
### «Инвариантные многообразия»

Программа послевузовского профессионального образования (аспирантура)  
по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ.

Магас 2018 г.

Программа составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями к структуре основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура) (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 16 марта 2011 г. N 1365), Трудовым кодексом Российской Федерации, Законом Министерства образования и науки Российской Федерации «Об обеспечении единства образовательного пространства Российской Федерации в системе послевузовского профессионального образования» от 05.08.2005 г. № 189, и учебным планом послевузовского профессионального образования по специальности: 05.13.1 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Составители: к.ф.м.н. доцент Мальсагов М.Х.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики и ИВТ (протокол № \_\_\_ от «12» 04. 2018г.)

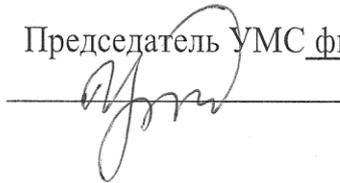
Зав. каф. к.ф.м.н. доцент Мальсагов М.Х.



Одобрено УМС физико-математического факультета

«30» апреля 2018 г.

Председатель УМС физико-математического факультета



профессор Танкиев И.А.

Согласовано с управлением послевузовского профессионального образования

Начальник отдела аспирантуры, интернатуры и ординатуры Х.С. Оздоева.



## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Целью изучения дисциплины** – формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области теории инвариантных многообразий.

### **Задачи дисциплины:**

- знакомство с современным состоянием теории инвариантных многообразий, основными понятиями и теоремами;
- изучение теоретических основ классических и современных методов исследования различных систем дифференциальных уравнений;
- выработка навыков использования методов теории инвариантных многообразий для решения практических задач из различных областей науки и техники.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ППО

Дисциплина «**Инвариантные многообразия**» относится к циклу ОД.А.04.2 – дисциплина по выбору аспиранта

Дисциплина готовит к решению следующих задач профессиональной научно-педагогической деятельности:

В области педагогической деятельности:

- возможность преподавания физико-математических дисциплин информатики в высших учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения
- умение извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и т.п.

В области научно-исследовательской деятельности:

- владение методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук
- владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе проблем естествознания
- способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности

Для освоения дисциплины «**Инвариантные многообразия**» аспиранты используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: устойчивость движения, методы малого параметра, прохождения педагогической практики.

### **3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Аспиранты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

В результате изучения дисциплины аспирант должен:

#### ***Иметь представление***

- о современном состоянии теории инвариантных многообразий.
- об основных методах построения инвариантных многообразий;
- об области применимости методов теории инвариантных многообразий.

#### ***Знать***

- основные понятия и методы теорий интегральных многообразий.

#### ***Уметь***

- применять полученные теоретические знания при исследовании вопросов существования и свойств решений различных систем дифференциальных уравнений.
- приближенно строить инвариантные многообразия;
- отыскивать в виде асимптотических разложений инвариантные многообразия сингулярно возмущенных систем дифференциальных уравнений;

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Форма обучения (виды отчетности)

3 год аспирантуры; вид отчетности – зачет

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение часов по годам обучения			
		1 год	2 год	3 год	4 год
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	16			16	
В том числе:					
Лекции (Л)	8			8	
Практические занятия (ПЗ)	8			8	
Консультации (К)					
<b>Самостоятельная работа (СР, всего)</b>	56			56	
Контрольная работа <sup>1</sup>					
Тест					
Задание поисково-исследовательского характера					
Научный реферат					
Подготовка к семинарским и практическим занятиям					
Другие виды самостоятельной работы					
Вид промежуточной аттестации: (зачет, экзамен)	зачет			зачет	
Общая трудоемкость: часы	72			72	
зачетные единицы	2			2	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Наименование тем, их содержание, объем в часах лекционных занятий

№ п/п	Название раздела дисциплины	Объем часов / зачетных единиц			
		лекции	семинары	практические занятия	Самост. работа
1	Общие проблемы теории инвариантных многообразий	1		1	8
2	Ограниченные на всей оси решения	1		1	6
3.	Системы с погранслоем. Теорема Тихонова	1		1	6
4.	Инвариантные многообразия	1		1	6
5	Инвариантные многообразия регулярно возмущенных систем	1		1	6
6	Интегральные многообразия сингулярно возмущенных систем	1		1	6
7	Медленные интегральные многообразия со сменой устойчивости	1		1	6
8	Методы построения инвариантных многообразий	0,5		0,5	6

9	Применение методов теории инвариантных многообразий к решению прикладных задач	0,5		0,5	6
	<i>Итого:</i>	8		8	56

## 5.2 Тематический план дисциплины.

### Тема 1. Общие проблемы теории инвариантных многообразий.

Понятие регулярных и сингулярных возмущений. Понятие интегрального многообразия. Инвариантные множества. Устойчивые, неустойчивые и условно устойчивые инвариантные многообразия. Интегральные многообразия быстрых и медленных движений. Примеры. Классификация способов построения инвариантных многообразий. \_\_\_\_\_1

### Тема 2. Ограниченные на всей оси решения.

Понятие ограниченного на всей оси решения дифференциального уравнения. Ограниченное на всей оси решение линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений: теорема существования, примеры. Примеры ограниченных на всей оси решений нелинейной дифференциальной системы уравнений. \_\_\_\_\_1

### Тема 3. Системы с погранслоем. Теорема Тихонова.

Понятие сингулярно возмущенной системы. Быстрые и медленные переменные. Вырожденная подсистема. Изолированное решение уравнения. Устойчивый корень вырожденного уравнения. Примеры. Теорема существования ограниченного на всей оси решения сингулярно возмущенной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Примеры. Понятие Тихоновской системы. Предельный переход. Теорема Тихонова. Примеры. \_\_\_\_\_1

### Тема 4. Инвариантные многообразия. Основные определения.

Понятие интегрального многообразия. Инвариантные множества. Устойчивые, неустойчивые и условно устойчивые интегральные многообразия. Быстрых и медленных движений. Примеры. \_\_\_\_\_1

**Тема 5. Инвариантные многообразия регулярно возмущенных систем.** Интегральные операторы в полных метрических пространствах, принцип сжатых отображений как орудие доказательства теорем существования решений Теорема существования ограниченного инвариантного многообразия регулярной системы дифференциальных уравнений. Приближенное построение интегральных многообразий. \_\_\_\_\_ 1

**Тема 6. Интегральные многообразия сингулярно возмущенных систем.** Теорема существования ограниченного интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений. Устойчивость интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы. Принцип сведения. \_\_\_\_\_ 1

**Тема 7. Медленные интегральные многообразия со сменой устойчивости.** Понятие траектории-утки. Теоремы существования траекторий-уток в  $R^2$  и  $R^3$ . Интегральные многообразия со сменой устойчивости как обобщение понятия траектории-утки. Теорема существования. \_\_\_\_\_ 1

**Тема 8. Методы построения инвариантных многообразий.** Классификация способов построения инвариантных многообразий. Приближенное построение инвариантных многообразий. Построение асимптотического разложения интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы. \_\_\_\_\_ 1

**Тема 9. Построение инвариантных многообразий асимптотического разложения интегрального многообразия со сменой устойчивости.** \_\_\_\_\_ 0,5

**Тема 10. Применение методов теории инвариантных многообразий к решению прикладных задач.** Использование метода интегральных многообразий для решения задач теории устойчивости и оптимального управления для динамических систем с быстрыми и медленными переменными, задач теории горения и взрыва, химической кинетики. \_\_\_\_\_ 0,5

Выявление информационных ресурсов в научных библиотеках и сети Internet по следующим направлениям:

- библиография по актуальным проблемам теории инвариантных многообразий и ее применению в математическом моделировании;
- публикации (в том числе электронные) источников по асимптотическим методам;

**Организация текущего и промежуточного контроля знаний**

**Контрольные работы** – не предусмотрены.

**Список вопросов для промежуточного тестирования:**

1. Понятие регулярных и сингулярных возмущений.
2. Понятие интегрального многообразия. Инвариантные множества.
3. Устойчивые, неустойчивые и условно устойчивые инвариантные многообразия.
4. Интегральные многообразия быстрых и медленных движений.
5. Понятие ограниченного на всей оси решения дифференциального уравнения.
6. Ограниченное на всей оси решение линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
7. Примеры ограниченных на всей оси решений нелинейной дифференциальной системы уравнений.
8. Сингулярно возмущенные системы. Быстрые и медленные переменные. Вырожденная подсистема. Изолированное решение уравнения. Устойчивый корень вырожденного уравнения.
9. Теорема существования ограниченного на всей оси решения сингулярно возмущенной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
10. Понятие Тихоновской системы. Предельный переход. Теорема Тихонова.
11. Понятие интегрального многообразия. Инвариантные множества.
12. Устойчивые, неустойчивые и условно устойчивые интегральные многообразия.
13. Теорема существования ограниченного инвариантного многообразия регулярной системы дифференциальных уравнений.
14. Теорема существования ограниченного интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений.
15. Устойчивость интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы. Принцип сведения.
16. Понятие траектории-утки. Теоремы существования траекторий-уток в  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ .
17. Интегральные многообразия со сменой устойчивости как обобщение понятия траектории утки. Теорема существования.
18. Классификация способов построения инвариантных многообразий.
19. Приближенное построение инвариантных многообразий.
20. Построение асимптотического разложения интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы.
21. Построение асимптотического разложения интегрального многообразия со сменой устойчивости.

**5.3. Самостоятельная работа аспирантов**

Изучение учебного материала, перенесенного с аудиторных занятий на самостоятельную проработку:

**Тема 1. Общие проблемы теории инвариантных многообразий.**

Понятие регулярных и сингулярных возмущений. Понятие интегрального многообразия. Инвариантные множества. Устойчивые, неустойчивые и условно устойчивые инвариантные многообразия. Интегральные многообразия быстрых и медленных движений. Примеры. Классификация способов построения инвариантных многообразий. \_\_\_\_\_ 8

**Тема 2. Ограниченные на всей оси решения.** Понятие ограниченного на всей оси решения дифференциального уравнения. Ограниченное на всей оси решение линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений: теорема существования, примеры. Примеры ограниченных на всей оси решений нелинейной дифференциальной системы уравнений. \_\_\_\_ 6

**Тема 3. Системы с погранслоем. Теорема Тихонова.** Понятие сингулярно возмущенной системы. Быстрые и медленные переменные. Вырожденная подсистема. Изолированное решение уравнения. Устойчивый корень вырожденного уравнения. Примеры. Теорема существования ограниченного на всей оси решения сингулярно возмущенной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Примеры. Понятие Тихоновской системы. Предельный переход. Теорема Тихонова. \_\_\_\_\_ 6

**Тема 4. Инвариантные многообразия.** Основные определения. Понятие интегрального многообразия. Инвариантные множества. Устойчивые, неустойчивые и условно устойчивые интегральные многообразия. Интегральные многообразия быстрых и медленных движений. Примеры. \_\_\_\_\_ 6

**Тема 5. Инвариантные многообразия регулярно возмущенных систем.** Интегральные операторы в полных метрических пространствах, принцип сжатых отображений как орудие доказательства теорем существования решений. Теорема существования ограниченного инвариантного многообразия регулярной системы дифференциальных уравнений. Приближенное построение интегральных многообразий. \_\_\_\_\_ 6

**Тема 6. Интегральные многообразия сингулярно возмущенных систем.** Теорема существования ограниченного интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений. Устойчивость интегрального многообразия сингулярно возмущенной системы. Принцип сведения. \_\_\_\_\_ 6

**Тема 7. Медленные интегральные многообразия со сменой устойчивости.** Понятие траектории-утки. Теоремы существования траекторий-уток в  $\mathbb{R}^2$  и  $\mathbb{R}^3$ . Интегральные многообразия со сменой устойчивости как обобщение понятия траектории-утки. Теорема существования. \_\_\_\_\_ 6

**Тема 8. Методы построения инвариантных многообразий.** Классификация способов построения инвариантных многообразий. Приближенное построение инвариантных многообразий. Построение асимптотического разложения интегрального многообразия сингулярно

возмущенной системы. Построение асимптотического разложения интегрального многообразия со сменой устойчивости. \_\_\_\_\_ 6

**Тема 9. Применение методов теории инвариантных многообразий к решению прикладных задач.** Использование метода интегральных многообразий для решения задач теории устойчивости и оптимального управления для динамических систем с быстрыми и медленными переменными, задач теории горения и взрыва, химической кинетики. \_\_\_\_\_ 6

Выявление информационных ресурсов в научных библиотеках и сети Internet по следующим направлениям:

- библиография по актуальным проблемам теории инвариантных многообразий и ее применению в математическом моделировании;
- публикации (в том числе электронные) источников по асимптотическим методам;

5.3.2 Тематика рефератов - не предусмотрены.

Итоговый контроль проводится в виде зачета.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Литература:**

№	Название	Автор	Вид издания (монография, диссертация, учебник, учебное Пособие и др.)	Место издания, издательство, год издания, кол-во страниц
<b>а) Основная литература</b>				
1.	Информационная чувствительность компьютерных алгоритмов	В.Н.Петрушин, М.В.Ульянов		2010
2.	Труды по дискретной математике 11/2 том 11, вып.2	В.Н.Сачков, А.МЗубков		2008
3.	Геометрическая декомпозиция сингулярно возмущенных систем	Н.В. Воропаева, В.А. Соболев	Монография	Физматлит, 2009.— 255 с.: ил. — ISBN 978-5-9221-1166-9

4.	Основы информационной безопасности	В.А.Галатенко		2012
5.	Электроника и микроэлектроника.	А.А.Барыбин		2008
<b>б) Дополнительная литература</b>				
1.	Разделение движений методом интегральных многообразий.	Стрыгин В. В., Соболев В. А.		М.: Наука, 1988. – 256 с.
2.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.	Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г.		М.: Наука, 1970. – 534 с.
3.	Системы дифференциальных уравнений, содержащих малые параметры при производной.	Тихонов А. Н.	Мат. Сборник.	1952. – Т. 31(73). – С. 575-586.
4.	Сингулярно возмущенные модели горения	Горелов Г. Н., Соболев В. А., Щепакина Е.А.		Самара: СамВен, 1999. – 185 с.
5.	Воропаева Н. В., Соболев В. А.	Декомпозиция многотемповых систем		Самара: СМС, 2000. – 290 с.
6.	Дифференциальные уравнения	Тихонов А.Н. , А.Б. Васильева, А.Г. Свешников	Учебник для вузов (Рек. МО РФ)	М.: Физматлит, 2005 - 253 с. ISBN 5-9221-0277-X
7.	Введение в теорию дифференциальных уравнений	Филиппов А. Ф.	Учебник.	УРСС, 2004. – 240 с.
8	Автоматическое управление	Ройтенберг Я.Н.		М.: Наука, 1992.
9	Основы теории управления :	Егоров А.И.	учеб. пособие для вузов	М.: Физматлит, 2007. - 504 с. :

				ил. ISBN 978-5-9221-0543-9
10	Математическая теория построения систем управления.	Афанасьев В. Н., Колмановский Б. В., Носов В. Р		М., Высшая школа, 2003 (Рек. МО РФ)
	Системы управления с обратной связью.	Филлипс Ч. Харбор Р.		М., Лаборатория базовых знаний, 2001
11	Курс теории автоматического регулирования.	Первозванский А.А.		М.: Наука, 1986.

## **6.1 Поддержка самостоятельной работы:**

№ п/п	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	Электронная библиотека East View <a href="http://www.dlib.eastview.com">http://www.dlib.eastview.com</a>		Доступ возможен с любого компьютера, включённого в университетскую сеть ИнГГУ
2.	Справочно-правовая система «Консультант-плюс» <a href="http://www.consultant.ru">http://www.consultant.ru</a>		Доступ возможен с любого компьютера, включённого в университетскую сеть ИнГГУ
3.	База данных «Полпред» <a href="http://www.polpred.com">http://www.polpred.com</a>		Доступ возможен с любого компьютера, включённого в университетскую сеть ИнГГУ
4.	Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <a href="http://www.window.edu.ru">http://www.window.edu.ru</a>		Свободный доступ по сети Интернет.
5.	Информационная система «Экономика. Социология. Менеджмент»  <a href="http://www.ecsosman.ru">http://www.ecsosman.ru</a>		Свободный доступ по сети Интернет.
6.	Сайт Высшей аттестационной комиссии <a href="http://www.vak.ed.gov.ru">http://www.vak.ed.gov.ru</a>		Свободный доступ по сети Интернет.
7.	В помощь аспирантам <a href="http://www.dis.finansy.ru">http://www.dis.finansy.ru</a>		Свободный доступ по сети Интернет.
8.	Elsevier <a href="http://www.sciencedirect.com">http://www.sciencedirect.com</a> ; <a href="http://www.scopus.com">http://www.scopus.com</a>		Доступ возможен с любого компьютера, включённого в университетскую сеть ИнГГУ
9	Консультант студента <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>		Доступ по индивидуальным скретч-картам.

**Дополнения и изменения в рабочей программе на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год**

В рабочую программу внесены следующие изменения :

---

---

---

---

---

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ г.                      протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )

Внесенные изменения утверждаю

Декан \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ г.

**Дополнения и изменения в рабочей программе на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год**

В рабочую программу внесены следующие изменения :

---

---

---

---

---

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ г.                      протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )

Внесенные изменения утверждаю

Декан \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ г.