МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_______________Батыгов З.О.

«25» _____05_____ 2018г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Направление подготовки 01.03.01 *Математика*

Программа *академического бакалавриата*

Квалификация выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Факультет: *физико-математический*

Кафедра: *математического анализа*

МАГАС 2018 г.

Составители рабочей программы

Проф.,к.ф-м.н. _______________ Танкиев И.А.

(должность, уч.степень, звание) (подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры мат.анализа

Протокол заседания № 8 от «24» 04 2018 г.

Заведующий кафедрой

_______________ /Танкиев И.А./

(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа одобрена учебно-методическим советом физико-математического факультета.

Протокол заседания № 9 от «30» 04 2018 г.

Председатель учебно-методического совета

_______________ /Танкиев И.А./

(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа рассмотрена учебно-методическим советом Ингушского Государственного Университета.

Протокол заседания № 9 от «04» 05 2018 г.

Председатель учебно-методического совета ИнгГУ

_______________ /Хашагульгов Ш.Б./

(подпись) (Ф. И. О.)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель курса "Математический анализ" - ознакомление с фундаментальными методами исследования переменных величин посредством анализа бесконечно малых, основукоторого составляет теория дифференциального и интегрального исчисления. Объектами изучения в данной дисциплине являются, прежде всего, функции. С их помощью могутбыть сформулированы как законы природы, так и разнообразные процессы, происходящие в экономике, природе, технике. Отсюда объективная важность математического анализа как средства изучения функций. Дисциплина "Математический анализ" отражает важное направление развития современной математики, в ней рассматриваются вопросы, связанные с методами вычислений.

Задачи курса. Развить математический кругозор студентов. Обучить студентов важнейшим теоретическим положениям математического анализа, аналитическим методам, выработать у них навыки решения конкретных задач, требующих исследования функций и вычисления связанных с ними величин.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». ДисциплинаБ1.Б.7«Математический анализ» является логическим продолжением курса элементарной математики. Для ее изучения необходимы базовые знания: алгебры, элементарных функций, умение дифференцировать. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы», «Аналитическая геометрия», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ».

Таблица 2.1.

Связь дисциплины «Математический анализ» с предшествующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, предшествующие дисциплине «Математический анализ»	Семестр
Б1.В.ДВ.5.1	Элементарная математика	1

Таблица 2.2.

Связь дисциплины «Математический анализ» с последующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, следующие за дисциплиной «Математический анализ»	Семестр
Б1.Б.11	Дифференциальные уравнения	3
Б1.Б.14	Теория вероятностей и математическая статистика	4

Б1.В.ОД.5	Уравнения с частными производными	6

Таблица 2.3.

Связь дисциплины «Математический анализ»

со смежными дисциплинами

Код дисциплины	Дисциплины, смежные с дисциплиной «**Математический анализ**»	Семестр
Б1.Б.14	Теория вероятностей и математическая статистика	5,6
Б1.Б.11	Дифференциальные уравнения	3

3. КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

Таблица 3.1

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Перечень компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся в результате освоения образовательной программы	**Степень реализации компетенции при изучении дисциплины (модуля)**	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)**		
		Знания	**Умения**	**Владения (навыки)**
Ппрофессиональные компетенции				
ПК-2	Реализуется полностью	Различные методы решения математических исследовательских задач и задач повышенной трудности, учитывающих учебные программы для про-	пользоваться литературой по методике решения исследовательских задач и задач повышенной сложности	основными методами обучения учащихся решению и задач повышенной сложности, способами ориентации в профессиональных источни-

		фильных школ и средних специальных учебных заведений		ках информации
ПК-2	Реализуется полностью	Различные методы решения математических исследовательских задач и задач повышенной трудности, учитывающих учебные программы для профильных школ и средних специальных учебных заведений	определять класс задач и учить школьников соответствующим методам ее решения.	способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса; различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности
ПК-10	Реализуется полностью	Различные методы решения математических исследовательских задач и задач повышенной трудности, учитывающих учебные программы для профильных школ и средних специальных учебных заведений	пользоваться литературой по методике решения исследовательских задач и задач повышенной сложности	способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды образовательного учреждения, региона, области, страны

Таблица 3.2.

Планируемые результаты обучения по уровнямсформированности компетенций

Код компетенции	**Уровень проявления**	**Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях**

ПК-1	Высокий уровень компетентности	**Знает** особенности современного этапа развития образования в мире, этапы развития математики. **Умеет с**истемно анализировать информацию, сопоставлять, делать выводы **Владеет** современными методами, методологией научно-исследовательской деятельности в области математики, демонстрирует понимание общей структуры данной дисциплины и взаимосвязи между подчиненными ей дисциплинами.
	Базовый уровень компетентности	**Знает** основные обстоятельства и условия зарождения и становления математики, цели и задачи, объект и предмет науки **Умеет** проиллюстрировать имеющиеся закономерности, связи и компоненты изучаемого явления **Владеет к**онцептуальной основой для осмысления роли математики в жизни общества, способами определения роли научных школ и направлений с целью систематизации достижений научной мысли
	Минимальный уровень компетентности	**Знает** основные сведения о вкладе отечественных ученых в развитие математики. Знает цели и задачи, объект и предмет наук **Умеет** ориентироваться в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.) **Владеет** методами анализа и синтеза информации, оценки значимости изучаемого вопроса

ПК-9	Высокий уровень компетентности	**Знает** задачи учебных курсов на всех уровнях образования, основные нормативные документы **Умеет** строить основные учебные стратегии (умения учиться), приемы самостоятельной работы с учебным материалом, типологию заданий, направленных на проверку и закрепление пройденного материала **Владеет** способностью эффективно строить учебный процесс на всех уровнях и этапах образования в области математики и информатики
	Базовый уровень компетентности	**Знает** основные принципы построения школьных программ и учебников **Умеет** эффективно строить учебный процесс в соответствии с задачами конкретного учебного курса и условиями обучения **Владеет** способностью эффективно строить учебный процесс на всех уровнях и этапах образования в области математики и информатики
	Минимальный уровень компетентности	**Знает** способы психологического и педагогического изучения обучающихся **Умеет** составлять контролирующие задания в соответствии с требованиями стандарта **Владеет** методиками обучения в зависимости от ступени образования

ПК-10	Высокий уровень компетентности	**Знает** теоретические основы создания и использования новых педагогических технологийи методических систем обучения,реализованных на базе информационных и коммуникационных технологий, обеспечивающих развитиеучащихся на разных ступенях образования. **Умеет** разрабатывать научно-методическое обеспечение реализации курируемых учебных предметов, курсов, дисциплин. **Владеет с**истематизированными теоретическими и практическими знаниями для определения и решения задач в области образования
	Базовый уровень компетентности	**Знает**сравнительные исследования теории и методики математического образования в различных педагогических системах**Умеет**осуществлять отбор учебного материала с учетом специфики направления подготовки, проявлять инициативу и самостоятельность в педагогической деятельности **Владеет** методикой передачи информации в связных, логичных и аргументированных высказываниях, технологиями диагностирования достижений учащихся для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса
	Минимальный уровень компетентности	**Знает** нормативно-правовые основы преподавательской деятельности в системе высшего образования, содержание программ преподаваемых дисциплин **Умеет** грамотно и аргументированно выражать свою точку зрения, вести дискуссию по проблемам профессиональной деятельности, использовать оптимальные методы преподавания **Владеет** навыками публичной речи, методами и технологиями образовательной деятельности

КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;

ПК-3- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата,

ОПК-3 -**:** способность к самостоятельной научно-исследовательской работе

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов (ОПК-3);

способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирования задач различных групп (ПК-2);

формулировки известных утверждений, следствий из них (ПК-3);

уметь:

составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты (ОПК-3);

выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике(ПК-2);

пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа (ПК-3);

владеть/быть в состоянии продемонстрировать:

систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме (ОПК-3);

возможности современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание (ПК-2);

методики доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода (ПК-3) .

Таблица 3.1.

Матрица связи компетенций, формируемых на основе изучения дисциплины «Математический анализ», с временными этапами освоения ее содержания

Коды компетенций (ФГОС)	Компетенция	Семестр и неделя изучения
ПК-2	Способность математически корректно ставить естественно-научные задачи, знание постановок классических задач математики	1-4
ПК-3	Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	1-3
ОПК-3	Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	1-4

Таблица 3.2.

Уровни проявления компетенции ПК-2, формируемой при изучении дисциплины «Математический анализ» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	**Уровень проявления**	**Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях**
Способность использовать в своей работе прогрессивные идеи, формы и методы математики	Высокий уровень компетентности	Способностьиспользовать математические методы в постановке естественно-научных задач
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы

		постановки естественно-научных задач

Таблица 3.4

Уровни проявления компетенции ПК-3, формируемой при изучении дисциплины «Математический анализ» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	**Уровень проявления**	**Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях**
Способность формулировать, доказывать, детально обосновывать математические утверждения	Высокий уровень компетентности	Способность пользоваться методиками доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода
	Базовый уровень компетентности	Владение различными методами доказательств утверждений и доказательств
	Минимальный уровень компетентности	Способность доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений

Таблица 3.5

Уровни проявления компетенции ОПК-3, формируемой при изучении дисциплины «Математический анализ» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	**Уровень проявления**	**Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях**
Способность переходить от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых знаний	Высокий уровень компетентности	Способность пользоваться систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.

	Базовый уровень компетентности	Способность составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты
	Минимальный уровень компетентности	Знать цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов

Описание задач освоения дисциплины,

соотнесенных с планируемыми целями освоения образовательной программы в форме признаков проявления компетенций

Таблица 3.6.

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-2, формирующейся при изучении дисциплины «Математический анализ»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
Способность применять математические знания в решении естественно-научных и задач	Высокий уровень компетентности	Способность-использовать математические методы в постановке естественно-научных задач	Знает основной круг проблем, встречающихся в математике, и основные способы	Умеет выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов	Владеет возможностями современных научных методов на уровне, необходимом

			(методы) их решения	задач, встречающихся в математике	для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач	Знает основной круг проблем, встречающихся в математике	Умеет находить методы решения основных типов задач, встречающихся в математике	Владеет методами выявления, отбора и объединения фрагментов математического знания, принадлежащего к качественно различным научным дисциплинам для постановки задачи
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных задач	Знает классические задачи математики	Умеет формулировать классические задачи математики	Владеет и адекватно использует терминологию разных областей знаний

Таблица 3.7

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-3, формирующейся при изучении дисциплины «Математический анализ»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
	Высокий уровень компетент-	Способность формулиро-	Знать утвержде-	Уметь пользо-	Владеть методиками

	ности	вать, доказывать, детально обосновывать математические утверждения	ния, находящиеся в широком диапазоне, требующие оригинальности анализа	ваться отработанными и малоизвестными методами анализа	доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода
	Базовый уровень компетентности	Способность известными методами доказывать и пояснять математические утверждения	Знать формулировки известных утверждений, следствий из них.	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений
	Минимальный уровень компетентности	Способность понять и воспроизвести математическое доказательство	Знать формулировки утверждений, быть в состоянии сформулировать известный результат	Уметь доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений	Владеть основными методами доказательств теорем и утверждений

Таблица 3.8

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ОПК-3, формирующейся при изучении дисциплины «Математический анализ»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
Способность переходить от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых знаний	Высокий уровень компетентности	Способность пользоваться систематическими знаниями по направлению деятельно-	Знать основные методы и способы поиска и систематиза-	Уметь выбирать и применять в профессиональной деятельности	Владеть навыками представления и продвижения результатов интеллекту-

		сти,углубленными знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.	ции информации	экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования	альной деятельности
	Базовый уровень компетентности	Способностьсоставлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы исследования и способы обработки результатов	Знать современные способы использования информационно-коммуникационных технологий в выбранной сфере деятельности	Уметь применять в профессиональной деятельности известные методы исследования	Владеть навыками планирования научного исследования, анализа получаемых результатов и формулировки выводов
	Минимальный уровень компетентности	Способность видеть цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов	Знатьбазовые принципы и методы организации научных исследований	Уметь выбирать и экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования	Владеть навыками поиска (в том числе с использованием информационных систем и баз банных) и критического анализа информации по тематике проводимых исследований

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Таблица 4.1.

Объем дисциплины и виды учебной работы

Структура и трудоемкость дисциплины

Семестры 1,2,3,4. Форма промежуточной аттестации 1,2,4 семестрах – экзамен, 3 семестр- зачет с оценкой. Во всех семестрах учебным планом предусмотрены контрольные работы. Общая трудоемкость дисциплины составляет 25 зачетных единиц, 900 академических часов, из них 386 часа, выделенных на контактную работу с преподавателем, 424 часа, выделенныхна самостоятельную работу.

	Всего	Порядковый номер семестра			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	25	5	5	6,5	8,5
Курсовой проект (работа)	Не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад.часах), в том числе:	386	110	92	92	92
Лекции	144	36	36	36	36
Практические занятия, семинары	234	72	54	54	54
Лабораторные работы	Не предусмотрено				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	2	2	2	2
Самостоятельная работа всего (в акад.часах), в том числе:	424	43	61	142	178
Вид итоговой аттестации:		263	245	326	362
Зачет/дифф.зачет				+	
Экзамен		+	+		+
Общая трудоемкость дисциплины	900	263	245	326	362

5. Содержание дисциплины

1 СЕМЕСТР

Модуль 1

Тема 1.1. Элементы теории множеств

Множества и действия над ними. Функции. Свойства образов и прообразов. Аксиомы Пеано натуральных чисел. Аксиома математической индукции. Свойства натуральных чисел. Конечные множества. Основная теорема о конечных множествах. Бесконечность множества натуральных чисел. Сравнение множеств по мощности. Теорема Кантора-Бернштейна. Счётные множества. Множество подмножеств и теорема Кантора.

Тема 1.2. Действительные числа

Аксиомы действительных чисел. Классификация вещественных чисел. Модуль вещественного числа. Основное модульное неравенство. Геометрическая интерпретация вещественных чисел. Числовые промежутки. Предельные точки, открытые и замкнутые множества. Расширенная числовая прямая. Грани числовых множеств. Теорема о точной верхней грани. Принцип Архимеда. Теорема о плотности рациональных и иррациональных чисел. Мощность множества действительных чисел. Лемма Гейне-Бореля-Лебега о покрытиях. Построение системы действительных чисел при помощи сечений Дедекинда.

Тема 1.3. Числовые функции

Числовые функции и способы их задания. Монотонные, чётные, нечётные, периодические функции. Основные элементарные функции и их графики. Степень с вещественным показателем.

Модуль 2

Тема 2.1. Предел числовой последовательности

Понятие числовой последовательности. Аналитическое и геометрическое описание предела числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Теорема о пределе монотонной последовательности. Число e. Теорема Штольца. Подпоследовательности и частичные пределы. Верхний и нижний пределы последовательности. Теорема о промежуточной последовательности. Принцип Кантора о вложенных отрезках. Принцип Больцано-Вейерштрасса о сходящейся подпоследовательности. Фундаментальные последовательности и критерий Коши. Замечательные пределы. Эквивалентные последовательности и их применение при вычислении пределов. Таблица эквивалентных последовательностей.

Тема 2.2. Предел числовой функции

Определения предела числовой функции по Гейне и по Коши. Эквивалентность двух определений. Свойства функций, имеющих предел. Критерий Коши существования предела функции. Предел по множеству. Односторонние пределы. Предел монотонной функции. Бесконечные пределы функции. Частичные пределы, верхний и нижний пределы функции. Замечательные пределы. Сравнение роста функций. Символы Э. Ландау «О» и «о». Примеры сравнения роста функций. Эквивалентные функции.

Тема 2.3. Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Непрерывность функции на промежутке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва и их классификация. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях, теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Модуль 3

Тема 3.1. Производные и дифференциалы

Производная функции, её геометрический и физический смысл. Дифференцируемость функции. Сравнение понятий производной и дифференцируемости. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Сравнение понятий непрерывности и дифференцируемости. Критерий дифференцируемости. Дифференцирование арифметических операций. Дифференцирование обратной функции. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы записи первого дифференциала. Производные элементарных функций. Высшие производные. Высшие дифференциалы. Формула Лейбница.

Тема 3.2. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
Тема 3.3. Правила Лопиталя
Первое правилоЛопиталя
Второе правило Лопиталя
Неопределенности других видов.
Тема 3.4. Формула Тейлора
Многочлен Тейлора. Общий вид формулы Тейлора. Формула Тейлора с остаточнымчленом в форме Пеано. Единственность представления функции многочленом. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Шлёмильха-Роша, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора в дифференциалах. Разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора.
Тема 3.5. Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций.
Критерий постоянства функции. Условие строгой монотонности функции. Локальные экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума в терминах первой, второй, n -той производной. Выпуклые функции. Достаточное условие строгой выпуклости в терминах первой и второй производной. Расположение графика выпуклой функции относительно касательной. Неравенство Йенсена. Неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского, Минковского. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Расположение графика функции относительно касательной в точке перегиба. Асимптоты функции.
Тема 3.6. Общее понятие предела: предел по базе.
Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций имеющих предел по базе. Критерий Коши существования предела по базе. Сравнение функций по базе («О», «о», эквивалентость). Частичные пределы по базе. Верхний и нижний пределы по базе. Предельное множество функции по базе. Предел по Гейне. Эквивалентность двух определений предела в случае счётно-порождённых баз. Частичные пределы на языке последовательностей. Эквивалентные базы, фильтры.

2 СЕМЕСТР

Модуль 1

Тема 1.1. Неопределённый интеграл
Первообразная. Строение множества первообразных. Начальные условия Коши. Неопределенный интеграл. Табличные интегралы. Свойства неопределённого интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей. Дифференциальный бином. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование трансцендентных функций.

Модуль 2

Тема 2.1. Определённый интеграл
Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение интеграла Римана. Интеграл Римана, как предел по базе. Интеграл Римана на языке последовательностей. Ограниченность интегрируемой функции. Неинтегрируемость по Риману функции Дирихле. Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости Римана. Критерий интегрируемости в терминах колебаний функции. Интегрируемость непрерывной функции и функции, имеющей конечное число точек разрыва. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость сложной функции. Арифметические операции с интегрируемыми функциями. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Интегралы Дарбу как пределы сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции в терминах равенства её интегралов Дарбу. Основные свойства определённого интеграла: интеграл от единицы, монотонность, линейность, аддитивность. Неравенства для интегралов. Первая теорема о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнему пределу. Дифференцирование интеграла по верхнему пределу. Вторая теорема о среднем значении. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральные неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского и Минковского.

Тема 2.2. Несобственные интегралы
Определение несобственного интеграла с одной особой точкой. Формула Ньютона-Лейбница для несобственных интегралов. Сходимость интегралов.

Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций. КритерийКоши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная сходимость интеграла. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственного интеграла.

Тема 2.3. Метрические пространства
Понятие метрического пространства. Понятие нормированного пространства. Примеры метрических и нормированных пространств. Окрестности. Открытые и замкнутые множества, связь между ними. Внутренность, производное множество, замыкание, внешность, граница. Ограниченные и вполне ограниченные множества. Подпространства метрического пространства. Предел функции со значениями в метрическом пространстве. Свойства предела. Предел последовательности. Предел функции в точке.

Тема 2.4. Компактность в метрических пространствах
Полные пространства. Принцип полноты Кантора. Предкомпактные множества. Критерий предкомпактностиХаусдорфа. Компактные множества. Критерий компактности метрического пространства.

Тема 2.5. Непрерывные отображения метрических пространств
Непрерывность в точке. Непрерывность на множестве. Прообраз открытого и замкнутого множества при непрерывном отображении. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность линейной комбинации (для отображений в нормированное пространство), произведения и частного (для отображений в **R**). Непрерывность сложной функции. Гомеоморфизм. Изометрия. Основные теоремы о непрерывных функциях: непрерывный образ компакта – компакт, теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора о равномерной непрерывности. Принцип сжимающих отображений.

Модуль 3

Тема 3.1. Определение функции нескольких переменных. Геометрическое изображение. Частное и полное приращение. Непрерывность функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций многих переменных
Частные производные. Геометрический смысл частных производных. Частные производные и непрерывность. Дифференцируемость функции. Критерий дифференцируемости. Сравнение понятий частных производных и дифференцируемости. Сравнение понятий дифференцируемости и непрерывности. Касательная плоскость и геометрический смысл дифференцируемости. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Правило дифференцирования сложной функции. Инвариантность формы записи первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференциалы высших порядков. Условие инвариантности высших дифференциалов относительно замены переменных. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формула конечных приращений.

Тема 3.2. Локальные экстремумы функций многих переменных
Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие локального экстремума.

Тема 3.3. Неявные функции
Понятие неявной функции. Теорема о неявной функции. Система неявных функций. Якобиан системы функций. Теорема о системе неявных функций. Правила вычисления производных и дифференциалов неявных функций. Геометрические приложения теории неявных функций.

Тема 3.4. Условный экстремум
Понятие условного экстремума. Необходимое условие условного экстремума. Метод неопределённых множителей Лагранжа. Достаточное условие условного экстремума в методе Лагранжа.

3 СЕМЕСТР

Модуль 1

Тема 1.1. Числовые ряды

Понятие числового ряда. Сходящиеся ряды, сумма ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак Коши-Маклорена. Ряд Римана. Признаки сравнения. Признак Коши. Признак Даламбера. Признак Куммера. Признак Раабе. Признак Ермакова. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда Лейбница. Преобразование Абеля конечных сумм. Признаки Абеля и Дирихле. Абсолютно сходящиеся ряды. Перестановка членов в абсолютно сходящихся рядах. Перестановка членов в условно сходящихся рядах (теорема Римана). Умножение рядов. Двойные и повторные пределы по базе. Двойные и повторные ряды. Бесконечные произведения и их связь с рядами. Абсолютно сходящиеся бесконечные произведения.

Модуль 2

Тема 2.1. Функциональные последовательности и ряды

Последовательности функций. Поточечная сходимость. Равномерная сходимость. Метрический критерий равномерной сходимости. Признак Дини равномерной сходимости. Критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность равномерного предела непрерывных функций. Предельный переход под знаком интеграла. Предельный переход под знаком производной. Ряды функций. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда. Непрерывность суммы функционального ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов. Разложение синуса в бесконечное произведение. Ещё о двойных и повторных пределах по базе.

Тема 2.2. Степенные ряды

Понятие степенного ряда. Первая теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Непрерывность суммы степенного ряда. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Действия со степенными рядами. Понятие аналитической функции. Аналитичность суммы степенногоряда. Единственность представления функции в виде степенного ряда. Пример бесконечно дифференцируемой, но не аналитической функции. Ряд Тейлора. Достаточное условие аналитичности функции. Аналитичность основных элементарных функций. Принцип единственности для аналитических функций. Пять основных разложений в степенные ряды. Аналитические функции комплексного переменного. Формулы Эйлера.

Тема 2.3. Ряды Фурье

Теорема Стоуна-Вейерштрасса. Аппроксимация непрерывных функций алгебраическими многочленами. Аппроксимация непрерывных периодических функций тригонометрическими многочленами. Абсолютно интегрируемые функции и функции, интегрируемые с квадратом. Пространство функций, интегрируемых с квадратом. Скалярное произведение функций, норма, неравенство Коши-Буняковского. Сходимость в среднем и в среднем квадратичном. Аппроксимация функций ступенчатыми функциями. Тригонометрическая система функций и её ортогональность. Полнота тригонометрической системы в равномерном и в среднем квадратичном приближении. Понятие тригонометрического ряда. Необходимое условие разложения функции в равномерно сходящийся тригонометрический ряд. Понятие ряда Фурье. Тождество Бесселя. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Замкнутость тригонометрической системы функций. Однозначность определения непрерывной функции своим рядом Фурье. Теорема Римана о стремлении коэффициентов Фурье к нулю. Интеграл Дирихле. Признак Дини сходимости ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость рядов Фурье. Почленное интегрирование рядов Фурье. Комплексная запись ряда Фурье. Ряды Фурье в случае произвольного симметричного относительно нуля интервала.

Модуль 3

Тема 3.1. Интегралы, зависящие от параметров

Семейства функций, зависящих от параметров. Поточечная и равномерная сходимость семейства функций. Собственные интегралы, зависящие от параметров, с постоянными пре-

делами интегрирования. Предельный переход по параметрам под знаком интеграла. Непрерывность интеграла по параметрам. Дифференцирование интеграла по параметрам (формула Лейбница). Интегрирование по параметрам. Собственные интегралы, зависящие от параметров, с переменными пределами интегрирования. Несобственные интегралы, зависящие от параметров. Поточечная и равномерная сходимость несобственныхинтегралов. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса, Абели и Дирихле равномерной сходимости несобственного интеграла. Непрерывность несобственного интеграла по параметрам. Дифференцирование несобственного интеграла по параметрам. Интегрирование несобственного интеграла по параметрам.
Тема 3.2. Эйлеровы интегралы
Гамма-функция. Бета-функция. Множество сходимости и равномерной сходимости эйлеровых интегралов. Формула понижения для гамма-функции. Разложение гамма-функции в бесконечное произведение. Формула дополнения для гамма-функции. Формула удвоения Лежандра. Формула умножения Гаусса. Связь между эйлеровыми интегралами.
Тема 3.3. Преобразование Фурье
Понятие интеграла Фурье. Интегральная формула Фурье. Главное значение несобственного интеграла. Комплексная запись интеграла Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Преобразование Фурье производной. Связь между гладкостью функции и скоростью убывания её преобразования Фурье. Производная преобразования Фурье. Преобразование Фурье бесконечно дифференцируемых быстро убывающих функций. Формула Планшереля. Преобразование Фурье свёртки функций.
Тема 3.4. Асимптотические разложения
Понятие асимптотической последовательности и асимптотического разложения. Единственность асимптотического разложения. Действия над степенными асимптотическими рядами. Формула суммирования Эйлера-Маклорена. Формула Стирлинга. Лемма Ватсона. Метод Лапласа.

4 СЕМЕСТР

Модуль 1

Тема 1.1. Мера Жордана
Внутренняя и внешняя меры Жордана в $\mathbf{R}^n$, их свойства. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых множеств. Основные свойства меры Жордана. Мера прямого произведения множеств. Важнейшие примеры измеримых множеств.
Тема 1.2. Кратный интеграл Римана
Конечно-аддитивные разбиения множества. Интегральные суммы и интеграл Римана. Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости Римана. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Интегралы Дарбу как пределы сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции в терминах равенства её интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций. Свойства кратного интеграла. Интегральная теорема о среднем. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле.
Тема 1.3. Несобственные кратные интегралы
Понятие несобственного кратного интеграла. Несобственный кратный интеграл как предел по базе. Критерий сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции. Признаки сравнения. Равносильность сходимости и абсолютной сходимости несобственных кратных интегралов. Замена переменных в несобственном кратном интеграле. Сходимость модельных несобственных интегралов.

Модуль 2

Тема 2.1. Кривые
Понятие кривой. Эквивалентные кривые. Ориентированные кривые. Касательная к кривой. Гладкие и кусочно-гладкие кривые. Длина кривой. Аддитивность длины. Вычислительная формула для длины гладкой кривой. Натуральная параметризация кривой.
Тема 2.2. Криволинейные интегралы
Криволинейные интегралы первого рода, их физический смысл, вычислительная формула. Свойства криволинейных интегралов первого рода. Криволинейные интегралы второго рода, их физический смысл, вычислительная формула. Свойства криволинейных интегралов второго рода.

Тема 2.3. Потенциальные векторные поля

Понятие полного дифференциала $Pdx+Qdy+Rdz$. Равносильность условия полного дифференциала и независимости интеграла от пути интегрирования. Понятие потенциального векторного поля, потенциальная функция. Связь потенциального векторного поля и полного дифференциала. Формула Ньютона-Лейбница для функции многих переменных. Структура множества потенциальных функций. Ротор векторного поля. Необходимое условие потенциальности векторного поля. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутой кривой. Критерий потенциальности в терминах циркуляции

Тема 2.4. Формула Грина

Ориентация границы плоской области. Формула Грина. Различные формы записи формулы Грина. Вычисление площадей при помощи криволинейных интегралов. Дифференциальный критерий потенциальности плоского векторного поля в односвязной области.

Модуль 3

Тема 3.1. Поверхности

Понятие поверхности. Эквивалентные поверхности. Касательная плоскость к поверхности. Гладкие поверхности. Первая квадратичная форма гладкой поверхности. Площадь гладкой поверхности. Ориентация гладкой поверхности. Ориентация края гладкой поверхности. Кусочно-гладкие поверхности. Ориентация кусочно-гладкой поверхности.

Тема 3.2. Поверхностные интегралы

Поверхностные интегралы первого рода, их физический смысл, вычислительная формула. Свойства поверхностных интегралов первого рода. Поверхностные интегралы второго рода, их физический смысл, вычислительные формулы. Свойства поверхностных интегралов второго рода.

Тема 3.3. Формула Стокса

Формула Стокса. Векторная трактовка формулы Стокса. Геометрическое определение ротора векторного поля. Дифференциальный критерий потенциальности векторного поля в односвязной области.

Тема 3.4. Формула Гаусса-Остроградского

Формула Гаусса-Остроградского. Векторная трактовка формулы Гаусса-Остроградского. Геометрическое определение дивергенции векторного поля. Вычисление объемов при помощи поверхностных интегралов. Соленоидальные векторные поля.

Тема 3.5. Общая формула Стокса

Полилинейные формы. Тензорное произведение полилинейных форм и его свойства. Базис в пространстве полилинейных форм. Перенос полилинейных форм при линейном отображении. Антисимметричные формы. Операция альтернации полилинейных форм и её свойства. Внешнее произведение антисимметричных форм и его свойства. Ассоциативность внешнего произведения. Внешнее произведение линейных форм. Базис в пространстве антисимметричных форм. Дифференциальные формы. Перенос дифференциальных форм при отображении. Свойства операции переноса. Внешний дифференциал. Независимость внешнего дифференциала от выбора системы координат. Цепи и границы. Интегрирование форм по цепям. Теорема Стокса для цепей. Многообразия в $\mathbf{R}^n$. Локальные координаты на многообразии. Край многообразия. Касательное пространство к многообразию. Ориентация многообразия и его края. Дифференциальные формы на многообразии. Внешний дифференциал. Независимость внешнего дифференциала от выбора локальных координат. Разбиение единицы. Интегрирование дифференциальных форм на многообразии. Общая формула Стокса.

6. Планы семинарских занятий

1 СЕМЕСТР

Модуль 1

Тема 1.1. Элементы теории множеств

1. Свойства теоретико-множественных операций. Функции. Свойства образов и прообразов.
2. Метод математической индукции.
3. Мощность множеств. Счётные и несчётные множества. Теорема Кантора.

Тема 1.2. Действительные числа
1. Модуль вещественного числа. Неравенства с модулем.
2. Геометрическая интерпретация вещественных чисел. Предельные точки, открытые и замкнутые множества на числовой прямой. Расширенная числовая прямая.
3. Нахождение граней числовых множеств.
Тема 1.3. Числовые функции
1. Числовые функции. Монотонные, чётные, нечётные, периодические функции. Основные элементарные функции и их графики.
2. Решение функциональных неравенств методом интервалов.
3. Построение графиков функций.
Модуль 2
Тема 2.1. Предел числовой последовательности
1. Нахождение пределов числовых последовательностей. Таблица эквивалентных последовательностей. Сравнение роста последовательностей.
2. Подпоследовательности и частичные пределы. Верхний и нижний пределы последовательности.
Тема 2.2. Предел числовой функции
1. Нахождение пределов числовых функций. Таблица эквивалентных функций. Сравнение роста функций.
2. Разложение основных элементарных функций до первого порядка малости.
3. Односторонние пределы. Бесконечные пределы функции. Частичные пределы, верхний и нижний пределы функции.
Тема 2.3. Непрерывные функции
1. Исследование функции на непрерывность. Классификация точек разрыва.
2. Свойства непрерывных функций.
Модуль 3
Тема 3.1. Производные и дифференциалы
1. Производная функции, её геометрический и физический смысл.
2. Техника дифференцирования функций.
3. Геометрические приложения производной. Приближенное вычисление значений функций с помощью дифференциалов.
4. Высшие производные. Высшие дифференциалы. Формула Лейбница.
Тема 3.2. Основные теоремы о дифференцируемых функциях
1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
Тема 3.3. Правила Лопиталя
1. Первое правилоЛопиталя
Второе правило Лопиталя
Неопределенности других видов.
Тема 3.4. Формула Тейлора
1. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для вычисления пределов. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.
Тема 3.5. Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций.
1. Нахождение промежутков монотонности и локальных экстремумов функции.
2. Нахождение глобальных экстремумов функции, непрерывной на отрезке. Нахождение точных граней функции.
3. Нахождение выпуклых функций и точек перегиба.
4. Неравенство Йенсена и его применения.
5. Асимптоты функции. Построение графиков функций с помощью производных.
Тема 3.6. Общее понятие предела: предел по базе.
1. Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций имеющих предел по базе.
2. Предел по Гейне. Эквивалентность двух определений предела в случае счётно-порождённых баз. Эквивалентные базы, фильтры.

2 СЕМЕСТР

Модуль 1

Тема 1.1. Неопределённый интеграл

1. Основные определения. Свойства неопределенного интеграла. Таблица первообразных основных элементарных функций.
2. Интегрирование методом замены и методом подведения функции под знак дифференциала.
3. Интегрирование функций по частям.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
6. Дифференциальный бином.
7. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.
8. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Модуль 2

Тема 2.1. Определённый интеграл

1. Нахождение определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменных и интегрирование по частям в определенном интеграле.
2. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объемов тел и площадей поверхностей вращения. Нахождение центра масс.
3. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнему пределу. Дифференцирование интеграла по переменному пределу.

Тема 2.2. Несобственные интегралы

1. Вычисление несобственных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница.
2. Исследование на сходимость интегралов от знакопостоянных функций с одной особой точкой.
3. Исследование на сходимость интегралов от знакопостоянных функций с несколькими особыми точками.
4. Исследование на сходимость интегралов от знакопеременных функций. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственного интеграла.
5. Абсолютная сходимость несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

Тема 2.3. Метрические пространства

1. Понятие метрического пространства. Понятие нормированного пространства. Примеры метрических и нормированных пространств.
2. Окрестности. Открытые и замкнутые множества, связь между ними. Внутренность, производное множество, замыкание, внешность, граница.
3. Предел функции со значениями в метрическом пространстве. Свойства предела. Предел последовательности. Предел функции в точке.

Тема 2.4. Компактность в метрических пространствах

1. Полные пространства. Примеры полных пространств.
2. Предкомпактные и компактные множества. Критерий компактности метрического пространства. Компактность в терминах покрытий.

Тема 2.5. Непрерывные отображения метрических пространств

1. Непрерывность в точке. Непрерывность на множестве. Локальные свойства непрерывных функций.
2. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций, непрерывных на компактах.
3. Принцип сжимающих отображений и его применения.

Модуль 3

Тема 3.1. Производные и дифференциалы функций многих переменных.

1. Нахождение частных производных и дифференциалов первого порядка. Исследование функций на дифференцируемость.
2. Геометрический смысл частных производных. Касательная плоскость, поверхность уровня, градиент.

3. Нахождение частных производных и дифференциалов высших порядков.
4. Формула Тейлора для функций многих переменных. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений.
Тема 3.2. Локальные экстремумы функций многих переменных
1. Нахождение локальных экстремумов функций многих переменных.
Тема 3.3. Неявные функции
1. Нахождение частных производных и дифференциалов неявной функции. Исследование на экстремум неявно заданной функции.
2. Нахождение частных производных и дифференциалов система неявных функций. Геометрические приложения теории неявных функций.
3. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
Тема 3.4. Условный экстремум
1. Нахождение условных экстремумов методом свободных дифференциалов и методом множителей Лагранжа.
3 СЕМЕСТР
Модуль 1
Тема 1.1. Числовые ряды
1. Исследование сходимости знакопостоянныхрядов. Признаки сравнения. Интегральный признак Коши-Маклорена.
2. Исследование сходимости знакопеременных рядов. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Абсолютная сходимость рядов.
3. Исследование сходимости двойных и повторных рядов.
4. Исследование сходимости бесконечных произведений.
Модуль 2
Тема 2.1. Функциональные последовательности и ряды
1. Нахождение множества сходимости функциональной последовательности и её предельной функции.
2. Исследование последовательности функций на равномерную сходимость.
3. Исследование функционального ряда на равномерную сходимость. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
4. Предельный переход под знаком интеграла и производной. Почленное интегрирование и дифференцирование.
Тема 2.2. Степенные ряды
1. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Действия со степенными рядами.
2. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
3. Суммирование степенных рядов. Формулы Эйлера. Свойства гиперболических функций.
Тема 2.3. Ряды Фурье
1. Разложение функций в ряд Фурье на промежутке $[-\pi, \pi]$. Разложение по синусам и по косинусам. Разложение функций в тригонометрический ряд на произвольном промежутке.
2. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Суммирование рядов Фурье.
Модуль 3
Тема 3.1. Интегралы, зависящие от параметров
1. Исследование равномерной сходимости параметрических интегралов. Интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.
2. Вычисление определенных интегралов методом введения параметра.
Тема 3.2. Эйлеровы интегралы
1. Гамма-функция. Бета-функция. Вычисление определенных интегралов с помощью гамма- и бета-функций.
Тема 3.3. Преобразование Фурье
1. Свойства преобразования Фурье. Формула обращения.
2. Нахождение преобразований Фурье.
Тема 3.4. Асимптотические разложения

1. Нахождение асимптотических разложений функций. Действия над асимптотическими разложениями.
2. Формула суммирования Эйлера-Маклорена.
3. Нахождение асимптотик параметрических интегралов. Лемма Ватсона и метод Лапласа.

4 СЕМЕСТР

Модуль 1

Тема 1.1. Мера Жордана
1. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых множеств. Мера прямого произведения множеств. Важнейшие примеры измеримых множеств.

Тема 1.2. Кратный интеграл Римана
1. Сведение двойного интеграла к повторному. Перемена порядка интегрирования в двойном интеграле.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Сведение тройного интеграла к повторному. Перемена порядка интегрирования в тройном интеграле.
4. Замена переменных в тройном интеграле.
5. Геометрический и физически приложения двойных и тройных интегралов.

Тема 1.3. Несобственные кратные интегралы
1. Исследование на сходимость несобственных кратных интегралов.

Модуль 2

Тема 2.1. Кривые
1. Параметризация плоских и пространственных кривых.
2. Нахождение длин кривых. Натуральная параметризация.

Тема 2.2. Криволинейные интегралы
1. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
2. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.
3. Физические приложения криволинейных интегралов.

Тема 2.3. Потенциальные векторные поля
1. Проверка условий полного дифференциала в односвязной области.
2. Формула Ньютона-Лейбница для функции многих переменных. Ротор векторного поля. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутой кривой.

Тема 2.4. Формула Грина
1. Вычисление двойных интегралов с помощью формулы Грина. Вычисление площадей при помощи криволинейных интегралов. Различные формы записи формулы Грина.

Модуль 3

Тема 3.1. Поверхности
1. Параметризация поверхностей.
2. Нахождение касательной плоскости и нормали. Вычисление первой квадратичной форму поверхности.
3. Вычисление площадей поверхностей.

Тема 3.2. Поверхностные интегралы
1. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
2. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.
3. Геометрические и физические приложения поверхностных интегралов.

Тема 3.3. Формула Стокса
1. Вычисление поверхностных интегралов при помощи формулы Стокса. Различные формы записи формулы Стокса.

Тема 3.4. Формула Гаусса-Остроградского
1. Вычисление поверхностных интегралов при помощи формулы Остроградского-Гаусса. Вычисление объемов при помощи поверхностных интегралов. Различные формы записи формулы Остроградского-Гаусса.

Тема 3.5. Общая формула Стокса
1. Вычисление внешнего произведения и внешнего дифференциала дифференциальных форм.
2. Замена переменных в дифференциальной форме.

3. Общая формула Стокса. Лемма Пуанкаре. Физические приложения дифференциальных форм.

7. Темы лабораторных работ (Лабораторный практикум)

Не предусмотрены учебным планом ООП.

8. Примерная тематика курсовых работ

Не предусмотрены учебным планом ООП.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Определение множества, подмножества. Множество, ограниченное сверху (снизу), просто ограниченное.
2. Определение точной верхней (нижней) грани множества.
3. Определение простой, сложной, обратной функции.
4. Определение четной, нечетной и периодической функции.
5. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке, на отрезке $[a,b]$
6. Способы задания функции.
7. Определение последовательности.
8. Определение последовательности, ограниченной сверху (снизу), просто ограниченной.
9. Определение бесконечно большой (б. б.) последовательности (бесконечный предел).
10. Определение бесконечно малой (б. м.) последовательности (нулевой предел)
11. Доказать теорему о сумме двух б.м. последовательностей.
12. Доказать теорему о разности двух б.м. последовательностей.
13. Доказать теорему об ограниченности двух б.м. последовательностей.
14. Доказать теорему о произведении б.м. на ограниченную последовательность.
15. Доказать теорему о переходе б.м. в б.б последовательность и наоборот.
16. Определение сходящейся последовательности (конечный предел).
17. Доказать основную теорему о сходящейся последовательности.
18. Доказать теорему о единственности предела сходящейся последовательности.
19. Доказать теорему об ограниченности сходящейся последовательности.
20. Доказать теорему об арифметических действиях со сходящимися последовательностями.
21. Достаточные условия отсутствия предела последовательности.
22. Определение расходящейся последовательности.
23. Доказать отсутствие предела последовательности $(-1)^n, \left\{2^{n\cdot(-1)^n}\right\}, \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}, \left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}$.
24. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной последовательности.
25. Определение невозрастающей, неубывающей, монотонной последовательности.
26. Доказать теорему о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
27. Теорема о сходимости последовательности $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$.
28. Доказать теорему о пределе промежуточной последовательности.
29. Определение конечного и бесконечного пределов функции в точке.
30. Достаточные условия отсутствия предела функции.
31. Найти предел функции $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$, при $x\to\infty$.
32. Определение б.м. и б.б. функции в точке.
33. Определение б.м. функций одного порядка.
34. Определение эквивалентных б.м. функций.
35. Определение б.м. функции более высокого порядка малости.
36. Свойства значка $\circ(\ )$.
37. Определение б.б. функций одного порядка роста.
38. Определение б.б. функции более высокого порядка роста.
39. Доказать первую теорему о существовании предела функции в точке.
40. Теорема об арифметических действиях с пределами функций.
41. Определение односторонних (правого и левого) пределов функции в точке.
42. Вторая теорема о существовании предела функции в точке.
43. Доказать теорему об арифметических действиях с непрерывными функциями.
44. Доказать первый замечательный предел.
45. Доказать второй замечательный предел.
46. Таблица эквивалентных функций.

47. Первое и второе определения непрерывной функции в точке.
48. Исследовать на непрерывность функцию $y = \sin nx, y = \cos nx, y = x^3, y = x^4, y = e^{nx}$ при $x \in R$.
49. Исследовать на непрерывность функцию $y = \ln x$ при $x \rangle 0$.
50. Определение односторонней (левой и правой) непрерывности функции в точке.
51. Теорема о непрерывности функции в точке.

- Классификация точек разрыва функции.
- Исследовать на непрерывность функцию $y = \sin\frac{1}{x}, y = \cos\frac{1}{x}, y = e^{1/x}, y = \frac{1}{1+2^{1/x}}, y = arctg\frac{1}{x}, y = arcctg\frac{1}{x}$ в точке x=0.
- Доказать теорему о непрерывности сложной функции в точке.
- Определение производной функции. Ее геометрический и физический смысл.
- Уравнение касательной и нормали к графику функции.

52. Определение дифференцируемой функции.
53. Доказать теорему о дифференцируемости функции.
54. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции.
55. Определение дифференциала функции.
56. Доказать теорему о производной суммы и разности двух функций.
57. Доказать теорему о производной произведения двух функций.
58. Доказать теорему о производной частного двух функций.
59. Исходя из определения, найти производную функции

$$y = x^a, y = x^3, y = x^4, y = \sin ax, y = \sin(ax^2), y = \cos ax, y = \cos(ax^2), y = e^{ax}, y = e^{-ax^2}, y = 2^{-ax^2}\ y = \ln nx$$

65. Таблица производных элементарных функций.
66. Доказать теорему о производной сложной функции.
67. Доказать теорему о производной обратной функции.
68. Исходя из теоремы о производной обратной функции, найти производную функции $y = arctgx, y = arcctgx, y = \arcsin x, y = \arccos x.$
69. Определение параметрически заданной функции.
70. Первая производная параметрически заданной функции.
71. Односторонние (левая и правая) производные функции в точке.
72. Теорема о существовании производной функции в точке.
73. Найти производную функции $y = |x|, y = \sqrt[3]{x^2}, y = \sqrt[5]{x^4}$ в точке x=0.
74. Доказать инвариантность формы первого дифференциала.
75. Свойства первых дифференциалов.
76. Таблица первых дифференциалов.
77. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке.
78. Доказать теорему о достаточных условиях монотонности дифференцируемой функции в точке.
79. Определение точек локального максимума, минимума, экстремума функции.
80. Доказать теорему Ферма (о необходимых условиях экстремума дифференцируемой функции).
81. Определение стационарной точки дифференцируемой функции.
82. Доказать теорему Ролля (о нуле производной).
83. Доказать теорему Лагранжа (формула конечных приращений).
84. Доказать теорему Коши (обобщенная формула конечных приращений).
85. Правило Лопиталя.
86. Формула Тейлора.
87. Написать первые три ненулевых члена ряда Тейлора функции $y = x^4, y = x^5$ в точке $x_0 = 1$.
88. Формула Маклорена.
89. Написать первые три ненулевых члена ряда Маклорена функции $y = (x-1)^4, y = (x-1)^5, y = (x-1)^6$.

90.Доказать теорему о необходимых условиях экстремума функции.
91.Определение критической точки функции.
92.Доказать теорему о достаточных условиях экстремума функции.
93.Определение выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции.
94.Теорема о достаточных условиях выпуклости (вогнутости) дифференцируемой функции.
95.Определение точки перегиба дифференцируемой функции.
96.Необходимые условия точки перегиба дифференцируемой функции.
97.Достаточные условия точки перегиба дифференцируемой функции.
98.Определение наклонной (правой, левой) и вертикальной асимптот графика функции.
99.Теорема о наклонной асимптоте графика функции.

Дополнительные вопросы

1. Всякая ли дифференцируемая функция является непрерывной?
2. Всякая ли непрерывная функция является дифференцируемой?
3. Всякая ли дифференцируемая в точке функция имеет касательную к графику в этой точке?
4. Всякая ли стационарная точка является критической?
5. Всякая ли критическая точка является стационарной?
6. Существует ли касательная к графику дифференцируемой функции в точке перегиба?
7. В любой ли критической точке существует касательная к графику?
8. В любой ли стационарной точке существует касательная к графику?

Таблица 5.2.

Распределение учебных часов

по темам и видам учебных занятий (общая трудоемкость учебной дисциплины — 25зачетных единиц)

Семестр 1

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекци-онные заня-тия	Практи-ческие занятия	Деловые и ролевые игры, ком-пьютерные симуляции, тренинги
1	Элементы теории множеств	4	6	0
2	Действительные числа	4	4	0
3	Числовые функции.	2	8	0
4	Предел числовой последовательности	4	6	0
5	Предел числовой функции	4	8	0
6	Непрерывные функции	2	6	0
7	Производные и дифференциалы	4	10	0
8	Основные теоремы о дифференцируемых функциях	2	4	0
9	Правило Лопиталя	2	4	0
10	Формула Тейлора	2	4	0
11	Приложения дифференциального исчисления к исследованию функции	4	8	0
12	Общее понятие предела: предел по базе	2	4	0
	Итого:	36	72	0

Самостоятельная работа сту-дента, в том числе: - в аудитории под контролем преподавателя - курсовое проектирование (выполнение курсовой рабо-ты) - внеаудиторная работа	66 2 0 64	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты.
Экзамен	+	
Всего часов на освоение учеб-ного материала	108	

Семестр 2

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекционные занятия	**Практические занятия**	Деловые и ролевые игры, компьютерные симуляции, тренинги
1	Неопределенный интеграл	6	16	0
2	Определенный интеграл	6	6	0
3	Несобственные интегралы	4	6	0
4	Метрические пространства	2	2	0
5	Компактность в метрических пространствах	4	2	0
6	Непрерывные отображения метрических пространств	4	2	0
7	Производные и дифференциалы функций многих переменных	4	6	0
8	Локальные экстремумы функций многих переменных	2	4	0
9	Неявные функции	2	4	0
10	Условный экстремум	2	6	0
	Итого:	36	54	0

<table>
<tr><td>Самостоятельная работа студента, в том числе:
- в аудитории под контролем преподавателя
- курсовое проектирование (выполнение курсовой работы)
- внеаудиторная работа</td><td>66
2
0
64</td><td rowspan="3">Формы текущего и рубежного контроля
подготовленности обучающегося:
Контрольные работы, тесты, экзамен</td></tr>
<tr><td>Экзамен</td><td>36</td></tr>
<tr><td>Всего часов на освоение учебного материала</td><td>90
180</td></tr>
</table>

Семестр 3

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лек-цинные заня-тия	Практи-ческие занятия	Деловые и ролевые игры, ком-пьютерные симуляции, тренинги
1.	Числовые ряды	6	12	0
2.	Функциональные последовательности и ряды	4	8	0
3.	Степенные ряды	4	10	0
4.	Ряды Фурье	6	8	0
5.	Интегралы, зависящие от параметров	4	4	0
6.	Эйлеровы интегралы	4	4	0
7.	Преобразования Фурье	4	4	0
8.	Асимптотические разложения	4	4	0
	Итого:	36	54	

Самостоятельная работа сту-дента, в том числе: - в аудитории под контролем преподавателя - курсовое проектирование (выполнение курсовой работы) - внеаудиторная работа	46 2 0 44	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты, экзамен
Экзамен	зачет	
Всего часов на освоение учеб-ного материала	90	

Семестр 4

№п/п	Тема лекции, основное содержание	Количество часов		
		Лекци-онные заня-тия	Практи-ческие занятия	Деловые и ролевые игры, ком-пьютерные симуляции, тренинги
1.	Кратный интеграл Римана	6	6	0
2.	Несобственные кратные интегралы	2	2	0
3.	Кривые	4	6	0
4.	Криволинейные интегралы	2	2	0
5.	Потенциальные векторные поля	2	4	0
6.	Формула Грина	2	6	0

7.	Поверхности	4	6	0
8.	Поверхностные интегралы	2	6	0
9.	Формула Стокса	2	6	0
10.	Формула Гаусса-Остроградского	2	6	0
11.	Общая формула Стокса	8	8	0
	Итого:	36	54	0

Самостоятельная работа студента, в том числе: - в аудитории под контролем преподавателя - курсовое проектирование (выполнение курсовой работы) - внеаудиторная работа	46 2 0 44	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты, экзамен
Экзамен	+	
Всего часов на освоение учебного материала	90	

Конкретизация результатов освоения дисциплины

Таблица 4.3.

Конкретизации результатов освоения в дисциплине «Математический анализ»

ОПК-3	
Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	
Знать: основные методы и способы поиска и систематизации информации	Теоретические основы, основные понятия, законы и модели основных разделов математики
Уметь: выбирать и применять в профессиональной деятельности экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования	Понимать, излагать и критически анализировать математическую информацию

Владеть навыками планирования научного исследования, анализа получаемых результатов и формулировки выводов	Детальный разбор всех приведенных доказательств теорем и утверждений, поиск собственных методов доказательства

6 ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Тема 3.2. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.

Тема 3.5. Приложения дифференциального исчисления к исследованию функций.

Критерий постоянства функции. Условие строгой монотонности функции. Локальные экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локальногоэкстремума в терминах первой, второй,n-ой производной. Выпуклые функции. Достаточное условие строгой выпуклости в терминах первой и второй производной. Расположение графика выпуклой функции относительно касательной. Неравенство Йенсена. Неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского, Минковского. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Расположение графика функции относительно касательной в точке перегиба. Асимптоты функции.

Тема 3.6. Общее понятие предела: предел по базе.

Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций имеющих предел по базе. Критерий Коши существования предела по базе. Сравнение функций по базе («О», «о», эквивалентность). Частичные пределы по базе. Верхний и нижний пределы по базе. Предельное множество функции по базе. Предел по Гейне. Эквивалентность двух определений предела в случае счётно-порождённых баз. Частичные пределы на языке последовательностей. Эквивалентные базы, фильтры.

Тема 2.3. Метрические пространства

1. Понятие метрического пространства. Понятие нормированного пространства. Примеры метрических и нормированных пространств.

Тема 3.4. Условный экстремум

1. Нахождение условных экстремумов методом свободных дифференциалов и методом множителей Лагранжа.

Тема 3.4. Асимптотические разложения

1. Нахождение асимптотических разложений функций. Действия над асимптотическими разложениями.
2. Формула суммирования Эйлера-Маклорена.
3. Нахождение асимптотик параметрических интегралов. Лемма Ватсона и метод Лапласа.

8.ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Рубежный и суммарный рейтинг по дисциплине

Рейтинг первого контроля	Контр. работа № 1	Лекции	Практические занятия	Посещаемость занятий
Количество баллов (20-35)	16	7	7	5
Рейтинг второго контроля	Контр. работа № 2	Лекции	Практические занятия	Посещаемость занятий
Количество баллов (21-35)	16	7	7	5

Итоговая оценка по дисциплине

Оценка	*Отлично*	*Хорошо*	*Удовлетворительно*	*Неудовлетворительно*
рейтинг	**91-100**	**81-90**	**61-80**	**0-60**

Таблица 8.1

Шкала и критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка (баллы)	Уровень сформированности компетенций	Общие требования к результатам аттестации в форме зачета	Планируемые результаты обучения
«Зачтено» (61-100)	Высокий уровень	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки	Знать все методы Уметь решать задачи Владеть всеми методами и способами доказательств
	Базовый уровень	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены	Знать основные методы решений задач Уметь решать практические

		с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.	задачи Владеть основными методами и способами доказательств
	Минимальный уровень	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.	Знать необходимый минимум методов Уметь решать стандартные задачи Владеть способами доказательств основных фактов
«Не зачтено» (менее 61)	компетенции, закреплённые за дисциплиной, не сформированы	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.	Планируемые результаты обучения не достигнуты

Таблица 8.2

Соответствие форм оценочных средств темам дисциплины

№ п/п	Тема	Форма оценочного средства
СЕМ.-1 1.1- -1.3	Элементы теории множеств. Действительные числа. Числовые функции.	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)
2.1- -2.2, 3.1	Предел числовой последовательности. Предел числовой функции. Производная и дифференциал.	Исследовательская домашняя работа (0-7 баллов)
3.2-3.3-	Основные теоремы о дифференцируемых функциях.	Контрольная работа № 1 (0-16 бал-

3.4	Правило Лопиталя. Формула Тейлора.	лов)
3.5-3.6	.Приложение дифференциального исчисления к исследованию функции. Общее понятие предела.	Исследовательская домашняя работа
Сем.2 **1.1,2.1,2.2**	Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Несобственные интегралы.	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)
2.3, 2.5, 3.1	Метрические пространства .Непрерывность сложной функции. Функции многих переменных.	Теоретический тест
3.2,3.3,3.4	Производные и дифференциалы функций многих переменных. Формула Тейлора. Локальные экстремумы. Условный экстремум.	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)
Сем.3 **1.1,2.1,**	Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)
2.2, 2.3	Степенные ряды. Ряды Фурье	Исследовательская домашняя работа № 4 (0-7 баллов)
3.1, 3.2, 3.3,3.4	Интегралы зависящие от параметров. Эйлеровы интегралы. Преобразование Фурье. Асимптотические разложения.	Теоретический тест
Сем.4 **1.1, 1.2,** **2.1,**	Мера Жордана. Кратные интегралы Римана. Кратные несобственные интегралы.	Теоретический тест
2.2, 2.3,2.4	Криволинейные интегралы. Потенциальные векторные поля. Формула Грина.	Теоретический тест
3.1, 3.2,3.3	Поверхности. Поверхностные интегралы. Формула Стокса.	Исследовательская домашняя работа № 3
3.4-3.5	Формула Гаусса-Остроградского. Общая формула Стокса.	Контрольная работа № 1 (0-16 баллов)

Таблица 7.1

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Таблица 7.2

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующей этапы фор-

Мирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Контрольные тесты

1. Укажите, какую замену переменных надо выполнить для нахождения интеграла

$\int x^{1/2}\,(1+x^{1/3})^{-2}\,dx.$

1) $x = t^2$

2) $1 + x^{1/3} = t^2$

3) $1 + x^{-1/3} = t^6$

4) $x = t^6$

2. Дан неопределенный интеграл $\int (x^2 - x + 1)^{-2}\,dx$. Укажите верное утверждение.

1) значение данного интеграла содержит функцию ln и не содержит функции arctg

2) значение данного интеграла содержит функцию arctg и не содержит функции ln

3) значение данного интеграла содержит и функцию ln, и функцию arctg

4) значение данного интеграла не содержит ни логарифмов, ни арктангенсов

3. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 10 - x^2$, будет равна

1) 20 5/6

2) 9

3) 21 1/3

4) 13 ½

4. Длина дуги кривой, задаваемой уравнением $\rho = a(1 + \cos\varphi)$ в полярных координатах, равна

1) $3\pi a/2$

2) $8a$

3) $3a$

4) $4\pi a/3$

5. Предел суммы $n/(n^2 + 1^2) + n/(n^2 + 2^2) + \ldots + n/(n^2 + n^2)$ при $n\to\infty$ равен

1) 1/2

2) ln 2

3) $\pi/4$

4) $2/\pi$

6. Функция $z = z(x, y)$ неявно задана уравнением $x^3 + 2y^3 - z^2 - 3xyz - 2y + 3 = 0$. Значение ее частной производной $\partial^2 z/\partial x\partial y$ в точке $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 2)$ равно

1) 2
2) –21/16
3) 15/32
4) 1/3

7. Укажите точки, являющиеся точками локального экстремума функции

$z = x^2y(4 - x - y)$.

1) $x = 4$, $y = 2$
2) $x = 2$, $y = 1$
3) $x = 2$, $y = 4$
4) $x = 4$, $y = 3$

Контрольные работы

Контрольная работа № 1.

Вычисление пределов.

Мат. Анализ. №1	Мат. Анализ. №2
Вычислить пределы:	Вычислить пределы:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}\right)^x$	1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(5^x-4\right)^{\operatorname{ctg}(x-1)}$
2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(1-\sqrt{x}\right)\ln(x)}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1}$	2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(x-2)}{x^3-3x^2+x-3}$
3) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\cos 2\pi x\right)^{\frac{1}{\operatorname{tg}(x-1)}}$	3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{26+x}-\sqrt[3]{28-x}}{x-\sqrt{x}}$
4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3^{x^2+2x+1}-3^{1+x}}{\ln\left(3x^2-2\right)}$	4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[20]{\cos 2\pi x}-1}{\sin^2(x-1)}$
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x\sin x}-1}{x^2}$	5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3+x+1}{x^3+1}\right)^{x^2}$

Мат. Анализ. №3

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{\sin x}\right)^{\operatorname{ctg} x}$

2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(3-\sqrt{x+7}\right)}{x^3-2x^2+4x-8}$

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln\left(4^x-3\right)}{\operatorname{tg}(x-1)}$

4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos x}-1}{\ln\cos 2x}$

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^2+3x-1}{2x^2-3x-1}\right)^x$

Мат. Анализ. №4

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\ln(x+1)-\ln x\right)^x$

2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\operatorname{tg}(x-2)\ln(x-1)}{x^4-8x^2+16}$

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{e^{x-1}}-1}{\sin\pi x}$

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{7+x}-2}{2-\sqrt{x+3}}$

5) $\lim\limits_{x\to 0}\left(4^x+x\right)^{\frac{1}{\sin x}}$

Контрольная работа № 2.

Производная функции.

Мат. Анализ. №1

1) Найти производную y' : $y=tg\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^{\ln(3x+2)}$;

2) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x=e^{-2t}\left(2-t^2\right)$, $y=e^{-2t}\left(t^2+2t\right)$;

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно:

$y^2-2\ln y-x^2=2e^x$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4-4^{\cos(x)}}{4x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

Мат. Анализ. №2

1) Найти производную y' : $y = th\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^{ctg(3x+2)}$;

2) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x = 5t + \mathrm{ctg}(5t)$, $y = 5t - \mathrm{tg}(5t)$;

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно:
$y^3 x + \ln(\sin x) = \sin y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(\cos(4x))}{4x^2}$; $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\mathrm{tg}\, x}{\sin x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

Мат. Анализ. №3

1) Найти производную y' : $y = \cos\left(\sqrt[7]{x^3}\right)^{\ln(5x+2)}$;

2) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x = 2t - \mathrm{sh}(2t)$, $y = 2t - \mathrm{ch}(2t)$;

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно:
$y^2 x + \ln(\cos x) = \cos y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2 - \sin x^2}{x^6}$; $\lim\limits_{x \to \pi/4} (\mathrm{tg}\, x)^{\mathrm{tg}\, 2x}$

Мат. Анализ. №4

1) Найти производную y' : $y = ctg\left(\sqrt[9]{x^5}\right)^{\mathrm{th}(3x+6)}$;

2) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x = e^{-3t}\,\mathrm{ch}\, t$, $y = e^{-3t}\,\mathrm{sh} t$;

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно:
$2y^2 + \ln(\sin x) = x \cos y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\,\mathrm{tg}\,x-\sin^2 x}{5x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(\ln(ex+e)\right)^{\mathrm{ctg}\,x}$

Контрольная работа № 3.

Дифференциал функции и производная высшего порядка.

Мат. Анализ. №1

1) Найти дифференциал dy: $y=tg\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^{\ln(3x+2)}$;

2) Найти производную $y^{(100)}$: $y=(2x^2+x)\ln(2x+1)$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x+2$ до четвертого члена: $y=\sin(6-2x)$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[3]{1+\sin(x^2)}$ до члена с x^{10}; $y=\ln\frac{2\cos(x^2)-2}{x^4}$ до члена с x^{12}.

Мат. Анализ. №2

1) Найти дифференциал dy: $y=th\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^{ctg(3x+2)}$;

2) Найти производную $y^{(50)}$: $y=(3x^2+2x)\cos(3x+2)$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x-2$ до четвертого члена: $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x+6}}$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[3]{\cos(x^2)}$ до члена с x^8; $y=\ln\frac{e^{x^2}-1}{x^2}$ до члена с x^4.

Мат. Анализ. №3

1) Найти дифференциал dy: $y=\cos\left(\sqrt[7]{x^3}\right)^{\ln(5x+2)}$;

2) Найти производную $y^{(100)}$: $y=(3x^2+x)\sin(3x+1)$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x+3$ до четвертого члена: $y=\ln(1-2x)$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[4]{\cos(x^3)}$ до члена с x^{12}; $y=\ln\dfrac{6\sin(x^2)-6x^2}{x^6}$ до члена с x^8.

Мат. Анализ. №4

1) Найти дифференциалdy: $y=ctg\left(\sqrt[9]{x^5}\right)^{\mathrm{th}(3x+6)}$;

2) Найти производную $y^{(50)}$: $y=(5x+x^2)2^{(3x+1)}$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x-4$ до четвертого члена: $y=\dfrac{1}{\sqrt[4]{x-3}}$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[4]{1-\sin(x^3)}$ до члена с x^{15}; $y=\ln\dfrac{e^{2x}-2x-1}{2x^2}$ до члена с x^3.

Контрольная работа № 4.

Неопределенный интеграл.

Мат. Анализ. №1

Вычислить:

1) $\int(9x-6x^2)e^{-x+1}dx$, 2) $\int\dfrac{2x+1}{\sqrt{12x-4x^2-5}}dx$,

3) $\int\dfrac{25-3x^2}{(x^2+16)(3-2x)}dx$, 4) $\int(\cos^3(2x)-\sin^4(4x))dx$,

5) Разложить на простейшие множители:

Мат. Анализ. №2

Вычислить:

1) $\int\arcsin^2(2x)dx$, 2) $\int\dfrac{3x-1}{\sqrt{3+6x-9x^2}}dx$,

3) $\int\dfrac{2+4x^2}{1-8x^3}dx$, 4) $\int(\cos^4(3x)-\sin^3(4x))dx$,

5) Разложить на простейшие множители:

$$\frac{4x^2+14}{(16x^4-81)(3+4x-4x^2)(27-8x^3)^2}.$$	$$\frac{9-2x^2}{(1-256x^4)^2(4x^2+5x+1)(64x^3-1)}.$$
Мат. Анализ. №3 Вычислить: 1) $\int (4x-3x^2)\cos(4x)dx$, 2) $\int \frac{3x+4}{\sqrt{12-12x-9x^2}}dx$, 3) $\int (\sin^4(2x)-\cos^3(2x))dx$, 4) $\int \frac{16-17x^2}{(x^2+9)(5-4x)}dx$, 5) Разложить на простейшие множители: $$\frac{152-2x^2}{(16-81x^4)(4-12x+9x^2)(27x^3-8)^2}.$$	Мат. Анализ. №4 Вычислить: 1) $\int x^6\ln^2(3x)dx$, 2) $\int \frac{4x+1}{\sqrt{8+4x-4x^2}}dx$, 3) $\int \frac{9x^2+8}{8+27x^3}dx$, 4) $\int (\cos^4(5x)-\sin^3(3x))dx$, 5) Разложить на простейшие множители: $$\frac{74x^2+90}{(x^4-256)^2(-4+5x-x^2)(64-x^3)}.$$

2 семестр.

Контрольная работа № 5.

Определенный интеграл и его приложения.

Мат. Анализ. №1 1) Найти длину дуги кривой $x^2+y^2=4y+4x-4$, ограниченной прямой $x+y\le 2$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Oy, площадь поверхности данного тела. 2) Вычислить площадь фигуры, заданной	Мат. Анализ. №2 1) Найти длину дуги кривой $x^2+y^2=-6y+2x-6$, ограниченной прямой $y+x\ge 0$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Ox, площадь поверхности данного тела. 2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически: $y=8-4\sqrt{3}$,

параметрически: $\begin{cases} x = 10(t - \sin t) \\ y = 10(1 - \cos t) \end{cases}$, $y = 15$, $(0 < x \le 20\pi, y \ge 15)$. 3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \ge 1 + \cos\varphi$, $r \le 1$. 4) Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi} x\cos 2x dx$.	$\begin{cases} x = 8(t - \sin t) \\ y = 8(1 - \cos t) \end{cases}$, $(0 < x \le 16\pi, y \ge 8 - 4\sqrt{3})$. 3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \le 3\sin 3\varphi$, $r \ge 1$. 4) Вычислить интеграл: $27\int_0^1 x^3\sqrt{4 - 3x^2}dx$.
Мат. Анализ. №3 1) Найти длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 2y + 6x - 6$, ограниченной пря-мой $x + y \le 2$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Оy, площадь поверхности данного тела. 2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически: $\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases}$, $y = 3$, $(0 < x \le 12\pi, y \ge 3)$. 3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \ge 3\sin 4\varphi$, $r \le 1$. 4) Вычислить интеграл: $75\int_0^1 x^5\sqrt{9 - 5x^3}dx$.	Мат. Анализ. №4 1) Найти длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4x - 8y - 16$, ограниченной прямой $x - y \ge 8$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Ох, площадь поверхности данного тела. 2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически: $y = 12 + 6\sqrt{3}$, $\begin{cases} x = 12(t - \sin t) \\ y = 12(1 - \cos t) \end{cases}$, $(0 < x \le 24\pi, y \ge 12 + 6\sqrt{3})$. 3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \le 1 + \sin\varphi$, $r \le 1$. 4) Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi} x\sin 4x dx$.

Контрольная работа № 6.

Функции многих переменных.

Мат. Анализ. №1 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 3x - 2y, \eta = -3x - 2y^2$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $2x^2 - 3y - 2z^2 = \sin(3z)$ 3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $\xi = \frac{y}{x}, \eta = x$ 4) Исследовать на экстремум $z = e^{4x-y}(2 - 4x^2 + 2y)$	Мат. Анализ. №2 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 3x^2 - 2y, \eta = 5y - 3x$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x^2 - 2y - 2z = \ln(2z)$ 3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial x} = 0$, если $\xi = y, \eta = xy$ 4) Исследовать на экстремум $z = e^{x+2y}(4x + 2y^2 - 4)$
Мат. Анализ. №3 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 4x + 2y^2, \eta = 2x - 3y$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x - 2y^2 - 3z^2 = \cos(3z)$ 3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial x} = 0$, если $\xi = 2y, \eta = \frac{x}{y}$	Мат. Анализ. №4 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 3y - 2x, \eta = 4x^2 - 6y$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x^2 + 3y - 3z^2 = 8\sqrt{z^3}$ 3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения

4) Исследовать на экстремум $z = e^{2y-x}(2x - y^2 + 2)$	$3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4\frac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $\xi = 2x^2 + 3y, \eta = x$ 4) Исследовать на экстремум $z = e^{x-y}(3x^2 - 6y - 6)$

Контрольная работа № 7.

Повторные интегралы.

Мат. Анализ. №1 1) Вычислить $\iint\limits_D xydxdy$, где D: $x^2 + y^2 \le 2x, x^2 + y^2 \le 2y$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \le 4x, x \le 2, y \ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $xy = 4$, $y = 4x, y = 1$.	Мат. Анализ. №2 1) Вычислить $\iint\limits_D xydxdy$, где D: $x^2 + y^2 \le -4x, x^2 + y^2 \ge 4y, y \ge 0$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int\limits_1^e dx \int\limits_0^{\ln x} f(x,y)dy + \int\limits_e^{e^2} dx \int\limits_0^{2-\ln x} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \le -6y, y \ge -4.5, \quad x \ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 5 - y^2$, $y = 2x, y = 0$.

Мат. Анализ. №3	Мат. Анализ. №4
1) Вычислить $\iint_D xydxdy$, где D: $x^2+y^2\le 4x, x^2+y^2\le -4y$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int_0^2 dx\int_0^{x^2} f(x,y)dy+\int_2^6 dx\int_0^{\sqrt{12+4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2+y^2\le 2y, y\le 1.5, \quad x\ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2+5$, $y=5-x, x=2$.	1) Вычислить $\iint_D xydxdy$, где D: $x^2+y^2\le -2x, x^2+y^2\le -2y, y\le 0$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int_0^5 dx\int_0^{\sqrt{10x-x^2}} f(x,y)dy+\int_5^{10} dx\int_0^{\sqrt{50-5x}} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2+y^2\le -2x, x\ge -1.5, \quad y\ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $x=2+y^2, y=0, y=4$.

Вопросы к коллоквиуму «Введение в анализ» (1 семестр)

1. Основная теорема о конечных множествах (конечное множество не эквивалентно никакому своему собственному подмножеству).
2. Теорема Кантора-Бернштейна.
3. Теорема Кантора о мощности множества подмножеств.
4. Аксиомы действительных чисел. Теорема о точной верхней грани.
5. Принцип Архимеда. Теорема о плотности рациональных и иррациональных чисел.
6. Лемма Гейне-Бореля-Лебега о покрытиях.
7. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, свойство устойчивости.
8. Свойства сходящихся последовательностей: предел модуля, предельный переход в неравенствах, свойство линейности.
9. Свойства сходящихся последовательностей: предельный переход в произведении и в частном.

10. Теорема о пределе неубывающей последовательности.
11. Теорема о пределе невозрастающей последовательности.
12. Число *е*.
13. Теорема Штольца.
14. Теорема о пределе промежуточной последовательности.
15. Принцип Кантора о вложенных отрезках.
16. Принцип Больцано-Вейерштрасса о сходящейся подпоследовательности.
17. Критерий Коши сходимости последовательности.
18. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.
19. Критерий Коши существования предела функции.
20. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной функции).
21. Вторая теорема Вейерштрасса (о наибольшем и наименьшем значениях функции).
22. Первая теорема Больцано-Коши (о нулях непрерывной функции).
23. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Вопросы к коллоквиуму «Определённый интеграл» (2 семестр)

1. Определение интеграла Римана. Интеграл Римана как предел по базе.
2. Ограниченность интегрируемой функции.
3. Интегральные суммы Дарбу и их свойства: сравнение сумм Римана и Дарбу, суммы Дарбу как точные грани сумм Римана, поведение сумм Дарбу при измельчении разбиения, сравнение сумм Дарбу для любых разбиений.
4. Критерий интегрируемости Римана.
5. Интегрируемость непрерывной функции и функции с конечным числом точек разрыва.
6. Интегрируемость сложной функции.
7. Арифметические операции с интегрируемыми функциями.
8. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Интегралы Дарбу как пределы сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции в терминах равенства её интегралов Дарбу.
9. Четыре основных свойства интеграла: интеграл от единицы, монотонность, линейность, аддитивность.
10. Свойства определённого интеграла: неравенства для интегралов, интеграл от изменённой функции, интегрируемость на вложенном отрезке, критерий равенства нулю интеграла от неотрицательной функции.
11. Первая теорема о среднем значении.
12. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнему пределу. Дифференцирование интеграла по верхнему пределу.

13. Вторая теорема о среднем значении.
14. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
16. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
17. Интегральные неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского и Минковского.
18. Определение несобственного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница для несобствен-нго интеграла.
19. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций.
20. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютно сходящиеся интегралы.
21. Признак Дирихле сходимости несобственного интеграла.
22. Признак Абеля сходимости несобственного интеграла.

Вопросы к экзамену
1 семестр

1. Аксиомы Пеано натуральных чисел. Конечные множества. Основная теорема о конеч-ных множествах.
2. Сравнение множеств по мощности. Теорема Кантора-Бернштейна. Теорема Кантора о мощности множества подмножеств. Мощность континуума.
3. Аксиомы действительных чисел. Теоремы о точной верхней и точной нижней грани. Принцип Архимеда. Теорема о плотности рациональных и иррациональных чисел.
4. Теорема о мощности множества действительных чисел.
5. Лемма Гейне-Бореля-Лебега о покрытиях.
6. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, свойство устойчивости, предел модуля, предельный переход в неравенствах, свойство линейности.
7. Свойства сходящихся последовательностей: предельный переход в произведении и в частном.
8. Теоремы о пределе неубывающей и невозрастающей последовательности.
9. Число е.
10. Теорема Штольца.
11. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип Кантора о вложен-ных отрезках.
12. Принцип Больцано-Вейерштрасса о сходящейсяподпоследовательности.
13. Критерий Коши сходимости последовательности.
14. Определение предела числовой функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.
15. Критерий Коши существования предела функции.
16. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций: непрерывность модуля, локальная ограниченность, свойство устойчивости. Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность сложной и обратной функции.
17. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о наибольшем и наименьшем значении).
18. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши о промежуточных значения непрерывной функции. Теорема о существовании обратной функции.
19. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
20. Понятия производной, дифференцируемости, дифференциала функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Сравнение понятий производной и дифференцируемости.
21. Односторонние производные. Сравнение понятий непрерывности и дифференцируемости. Критерий дифференцируемости (в терминах непрерывности дифференциально-разностного отношения).
22. Дифференцирование линейной комбинации, произведения и частного двух функций.
23. Дифференцирование обратной и сложной функции. Инвариантность формы записи первого дифференциала.
24. Вывод производных элементарных функций.
25. Производные и дифференциалы высших порядков. Вычислительная формула для высших дифференциалов. Условие инвариантности высших дифференциалов относительно замены переменной.
26. Формулы Лейбница (высшее дифференцирование произведения и сложной функции).
27. Теорема Ферма об экстремуме функции. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
28. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши.

29. Первое правилоЛопиталя вычисления пределов
30. Второе правилоЛопиталя вычисления пределов
31. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Единственность представления функции многочленом.
32. Формула Тейлора с остаточным членом в формах, Коши, Лагранжа.
Пять основных разложений по формуле Тейлора.
33. Интерполяционный полином Лагранжа. Оценка погрешности интерполяции.
34. Критерий постоянства функции. Условие строгой монотонности функции на промежутке. Монотонность в точке.
35. Локальные экстремумы функции, их виды. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума в терминах 1-ой производной, 2-ой производной, n-той производной.
36. Выпуклые функции, виды выпуклости. Достаточное условие строгой выпуклости функции. Расположение графика выпуклой функции относительно касательной.
37. Неравенство Иенсена. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.
38. Неравенства Юнга, Гёльдера, Коши-Буняковского, Минковского.
39. Точки перегиба функции. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Расположение графика функции относительно касательной в точке перегиба.
40. Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций,имеющих предел по базе.
41. Критерий Коши существования предела по базе.
42. Счётно-порождённые базы. Предел Гейне по базе. Эквивалентность понятий пределапо Гейне и по Коши в случае счётно-порождённых баз.
2 семестр
43. Определение интеграла Римана. Интеграл Римана как предел по базе. Ограниченность
интегрируемой функции.
44. Интегральные суммы Дарбу и их свойства: сравнение сумм Римана и Дарбу, суммы
Дарбу как точные грани сумм Римана, поведение сумм Дарбу при измельчении разбиения, сравнение сумм Дарбу для любых разбиений.
45. Критерий интегрируемости Римана.
46. Интегрируемость непрерывной функции и функции с конечным числом точек разрыва.
47. Интегрируемость сложной функции. Арифметические операции с интегрируемымифункциями.
48. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Интегралы Дарбу как пределы сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции в терминах равенства её интегралов Дарбу.
49. Основные свойства определённого интеграла: интеграл от единицы, монотонность,линейность, аддитивность.
50. Первая теорема о среднем значении.
51. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность интеграла по верхнемупределу. Дифференцирование интеграла по верхнему пределу.
52. Вторая теорема о среднем значении.
53. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
54. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральные неравенства Гёльдера, Коши-Буняковского и Минковского.
55. Определение несобственного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница для несобственного интеграла.
Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций.
56. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственного интеграла.

57. Понятия метрического и нормированного пространства. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве, их свойства. Связь между открытыми и замкнутыми множествами.
58. Предел по базе функции со значениями в метрическом пространстве. Свойства функций, имеющих предел. Предел последовательности. Предел функции в точке.
59. Полные метрические пространства. Принцип полноты Кантора. Подпространства полного пространства. Критерий Коши существования предела.
60. Предкомпактные множества в метрическом пространстве. Критерий предкомпактностиХаусдорфа.
61. Компактные множества в метрическом пространстве. Критерий компактности метрического пространства. Критерий компактности множества в полном метрическом пространстве. Компактные множества в $\mathbf{R}$.
62. Компактность в терминах покрытий. Компактность в терминах центрированных систем.
63. Непрерывные отображения метрических пространств. Прообраз открытого и замкнутого множества при непрерывном отображении. Непрерывность сложной функции.
64. Непрерывный образ компакта – компакт. Теоремы Вейерштрасса. Линейно связныемножества в метрическом пространстве. Непрерывный образ линейно-связного множества – линейно-связное множество.
65. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
66. Понятие топологического пространства. Окрестности, внутренние точки, предельные
точки, точки прикосновения, замыкание, замкнутое множество, граница. Предел по базе функции со значениями в топологическом пространстве. Непрерывные отображениятопологических пространств. Понятие гомеоморфизма.
67. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал функции. Критерий дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости функции.
68. Теорема о дифференцировании сложной функции. Инвариантность формы первогодифференциала. Правила дифференцирования.
69. Производная по направлению. Градиент.
70. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Непрерывно дифференцируемые функции.
71. Дифференциалы высших порядков. Вычислительная формула для дифференциаловвысших порядков. Условие инвариантности высших дифференциалов относительнозамены переменных.
72. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формулаконечных приращений.
73. Локальные экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
74. Неявная функция. Теорема о неявной функции.
75. Система неявных функций. Теорема о системе неявных функций. Существование обратной функции.
76. Условные экстремумы функций многих переменных. Метод множителей Лагранжа.
Достаточное условие экстремума в методе Лагранжа.
77. Дифференцируемые отображения. Матрица Якоби.
78. Принцип сжимающих отображений.

3 семестр

79. Числовой ряд и его сумма. Критерий Коши и необходимое условие сходимости ряда. Общие свойства сходящихся рядов: сходимость ряда и его остатка, линейная операция с рядами, сочетательное свойство ряда.
80. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: общий критерий сходимости, признаки сравнения, Коши, Даламбера, Куммера и Раабе. Интегральный признак Коши-Маклорена. Сходимость ряда Римана.
81. Формула суммирования Эйлера. Постоянная Эйлера.

82. Признак Ермакова сходимости рядов с неотрицательными членами.
83. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле для произвольных числовых рядов. Оценка остатка ряда Лейбница.
84. Абсолютная и условная сходимость рядов. Перестановка членов в абсолютно сходящихся рядах.
85. Умножение абсолютно сходящихся рядов. Умножение условно сходящихся рядов.
86. Бесконечные произведения и их связь с рядами. Абсолютно сходящиеся бесконечные произведения. Представление Эйлера для дзета-функции.
87. Равномерная и поточечная сходимость последовательности функций. Метрический критерий равномерной сходимости. Критерий Коши равномерной сходимости последовательности функций. Непрерывность предельной функции.
88. Признак Дини равномерной сходимости последовательности функций.
89. Предельный переход под знаком интеграла и производной для последовательности функций.
90. Равномерная и поточечная сходимость функционального ряда. Критерий Коши и необходимое условие равномерной сходимости ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность суммы ряда.
91. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.
92. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
93. Степенной ряд. Первая теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара.
94. Непрерывность суммы степенного ряда. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
95. Понятие аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Единственность представления аналитической функции степенным рядом.
96. Ряд Тейлора. Критерий представления функции степенным рядом. Достаточное условие аналитичности. Аналитичность основных элементарных функций. Пять основных разложений в степенные ряды.
97. Принцип единственности для аналитических функций. Понятие аналитической функции комплексного переменного. Комплексная экспонента и её свойства. Формулы Эйлера.
98. Аппроксимация непрерывных функций. Теорема Стоуна. Аппроксимация непрерывных функций алгебраическими и тригонометрическими многочленами.
99. Скалярное произведение функций. Абсолютно и квадратично интегрируемые функции, связь между ними. Неравенство Коши-Буняковского. Норма функции. Сходимость в среднем квадратичном. Аппроксимация ступенчатыми функциями (без доказательства). Тригонометрическая система функций и её свойства: ортогональность, полнота в равномерном и среднем квадратичном приближениях.
100. Необходимое условие разложения функции в равномерно сходящийся тригонометрический ряд. Понятие ряда Фурье. Комплексная запись ряда Фурье. Ряд Фурье в случае произвольного интервала.
101. Норма тригонометрического полинома. Выражение среднего квадратичного отклонения функции от тригонометрического полинома. Тождество Бесселя. Минимальноесвойство частичных сумм ряда Фурье. Разложение функции в ряд Фурье, сходящийся в среднем квадратичном.
102. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Замкнутость тригонометрической системы функций. Однозначность определения функции своим рядом Фурье.
103. Теорема Римана о стремлении коэффициентов Фурье к нулю. Интегральное представление частичных сумм ряда Фурье. Ядро Дирихле и его свойства.
104. Признак Дини сходимости ряда Фурье. Поточечная сходимость ряда Фурье кусочно-гладких функций.
105. Разложение синуса в бесконечное произведение.
106. Равномерная сходимость ряда Фурье непрерывных кусочно-гладких функций. Интегрирование рядов Фурье.

107. Семейства функций, зависящих от параметров. Поточечная и равномерная сходимость. Достаточное условие равномерной сходимости. Метрический критерий равномерной сходимости. Равномерная сходимость семейства функций на языке последовательностей. Непрерывность предельной функции.
108. Собственные интегралы, зависящие от параметров, с постоянными пределами интегрирования. Предельный переход по параметру под знаком интеграла. Непрерывность интеграла по параметрам. Дифференцирование и интегрирование интеграла по параметру в случае постоянных пределов интегрирования.
109. Собственные интегралы, зависящие от параметров, с переменными пределами интегрирования. Непрерывность интеграла по параметрам. Дифференцирование интеграла по параметру в случае переменных пределов интегрирования.
110. Несобственные интегралы, зависящие от параметров. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости интеграла.
111. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметров.
112. Непрерывность несобственного интеграла по параметрам. Дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла по параметру.
113. Гамма-функция и бета-функция. Множества сходимости эйлеровых интегралов. Равномерная сходимость. Разложение гамма-функции в бесконечное произведение.
114. Свойства гамма-функции: формула понижения, аналитическое продолжение гамма-функции в комплексную плоскость, формула дополнения.
115. Свойства гамма-функции: формула удвоения Лежандра, формула умножения Гаусса (без доказательства). Связь между эйлеровыми интегралами.
116. Формула Стирлинга.
117. Понятие интеграла Фурье. Интегральная формула Фурье. Комплексная запись интеграла Фурье. Прямое и обратное преобразование Фурье. Формулы обращения.
118. Свойства преобразования Фурье: линейность, ограниченность, непрерывность. Преобразование Фурье производной. Связь между гладкостью функции и скоростью убывания её преобразования Фурье. Производная преобразования Фурье.
119. Преобразование Фурье бесконечно дифференцируемых быстро убывающих функций. Формула Планшереля. Преобразование Фурье свёртки функций.
120. Понятие асимптотической последовательности и асимптотического разложения. Единственность асимптотического разложения. Операции со степенными асимптотическими рядами: арифметические операции, почленное интегрирование и дифференцирование.
121. Формула суммирования Эйлера-Маклорена.
122. Лемма Ватсона.

4 семестр

123. Внутренняя и внешняя мера Жордана и их свойства.
124. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых множеств.
125. Свойства меры Жордана: конечная аддитивность, мера прямого произведения множеств. Мера графика непрерывной на компакте функции.
126. Определение кратного интеграла Римана. Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости.
127. Интегрируемость непрерывных функций. Связь между интегрируемостью и ограниченностью.
128. Интегрируемость разрывных функций.
129. Четыре основных свойства интеграла. Интегральная теорема о среднем.
130. Сведение двойного интеграла к повторному.
131. Сведение кратного интеграла к повторному.
132. Замена переменных в двойном интеграле.
133. Определение несобственного кратного интеграла. Несобственные интегралы от неотрицательной функции.
Несобственный кратный интеграл сходится тогда и только тогда, когда он абсолютно сходится.

135. Длина кривой. Аддитивность длины. Вычислительная формула для длины непрерывно дифференцируемой кривой.
136. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства. Вычислительная формула.
137. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства. Вычислительная формула.
138. Формула Грина.
139. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Критерий полного дифференциала в односвязной области.
140. Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.
141. Ориентация поверхности и её края. Кусочно-гладкие поверхности.
142. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Вычислительные формулы.
143. Формула Стокса.
144. Векторная трактовка формулы Стокса. Геометрическое определение ротора векторного поля.
145. Формула Гаусса-Остроградского, её векторная трактовка. Геометрическое определение дивергенции векторного поля.
146. Полилинейные антисимметричные формы. Внешнее произведение форм и его свойства.
147. Дифференциальные формы. Операции внешнего дифференцирования и переноса форм, их свойства.
148. Понятие многообразия. Ориентация многообразия и его края. Интегрирование дифференциальных форм на многообразии. Общая формула Стокса (без доказательства).

Варианты контрольных работ

Задание № 1. Методом математической индукции доказать:

1. $$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n\in N.$$

2. $$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2, n\in N.$$

3. $$1\ +3\ +3^2+\ldots+3^{n-1}=\frac{3^n-1}{2}, n\in N.$$

4. $$1\ +4\ +4^2+\ldots+4^{n-1}=\frac{4^n-1}{3}, n\in N.$$

5. $$1\cdot 2+2\cdot 5+3\cdot 8+\ldots+n(3n-1)=n^2(n+1), n\in N.$$

6. $$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+3\cdot 4^2+\ldots+n(n+1)^2=\frac{n(n+1)(n+2)(3n+5)}{12}, n\in N.$$

7. $$1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}, n\in N.$$

8. $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{(n+1)^2}\right)=\frac{n+2}{2n+2}, n\in N.$

9. $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\ldots\frac{2n-1}{2n}<\frac{1}{\sqrt{2n+1}}, n\in N.$

10. $\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}>\frac{13}{14}, n\geq 2, n\in N.$

Задание № 2. Решить уравнения и неравенства:

1. $\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-12x+36}=-8.$

2. $|x(1-x)|<0{,}05.$

3. $\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-12x+36}=16.$

4. $|x|>|x+1|.$

5. $|2x-1|<|x-1|.$

6. $|x+2|-|x|>1.$

7. $|x+2|-|x-2|<2.$

8. $\sqrt{x^2+16x+64}-\sqrt{x^2+2x+1}=-7.$

9. $|2x-3|<|x+1|.$

10. $|x|-2|x+1|+|x-2|=4.$

Задание № 3. Найти область определения функции:

1. $y=\sqrt{9-x^2}+\lg\frac{x+1}{x-2}.$

2. $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+9)+\sqrt{x^2-2x-8}.$

3. $y = \lg(4\sin^2 x - 3).$

4. $y = \arccos\frac{2}{x^2+3}.$

5. $y = \sqrt{\lg\frac{5x - x^2}{4}}.$

6. $y = \lg\sin(x-3) + \sqrt{16 - x^2}.$

7. $y = \arcsin\frac{x-3}{2} - \lg(4 - x).$

8. $y = \arccos\frac{2}{2+\sin x}.$

9. $y = \lg(1 - \lg(x^2 - 5x + 16)).$

10. $y = \lg(1 - 2\cos x).$

Задание № 4. Вычислить пределы:

№1.

$$a)\lim_{n\to\infty}(n - \sqrt{n(n-1)}); \quad \text{б)} \lim_{x\to\infty}\frac{3x^6 - x^2 + x}{x^6 + 5}; \quad \text{в)} \lim_{x\to 2}\frac{x^3 - x - 6}{2x^2 + x - 10}; \quad \text{г)} \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{1+3x^2} - 2}{x^2 - x};$$

$$\text{д)} \lim_{x\to\infty}(x+2)(\ln(2x-3) - \ln(2x+1)); \quad \text{е)} \lim_{x\to 0}\frac{5x}{\operatorname{arctg}3x}.$$

№2.

$$\text{а)} \lim_{n\to\infty}\left(\frac{8}{15} + \frac{34}{225} + \ldots + \frac{3^n + 5^n}{15^n}\right); \quad \text{б)} \lim_{x\to\infty}\frac{3x^3 - 5x + 1}{3 - 2x^3}; \quad \text{в)} \lim_{x\to 2}\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}; \quad \text{г)} \lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x-2} - 2}{\sqrt{x+1} - 2};$$

$$\text{д)} \lim_{x\to 0}(x\operatorname{tg}3x\operatorname{ctg}^2 5x); \quad \text{е)} \lim_{x\to 3}(2x-5)^{\frac{2x}{x-3}}.$$

№3.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-2+3-4+\ldots+(2n-1)-2n}{\sqrt[5]{n^5-2n+5}}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+4x-5}{2x-1-6x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5+x}-\sqrt{5-x}}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$; е) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin x)^{\operatorname{cosec}3x}$.

№4.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+\sqrt{n}-1}{2+7+12+\ldots+(3n-3)}$; б) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2x^2+9x+4}{x^2+9x+20}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{\operatorname{tg}x}\right)$; е) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin x)^{\operatorname{cosec}3x}$.

№5.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!}{(n+1)!-n!}$; б) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-x-12}{x^2-2x-8}$; в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(2x\operatorname{tg}x-\dfrac{\pi}{\cos x}\right)$;

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{3+x^2}-\sqrt[3]{3+x}}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x-4}{\sqrt{5x+5}-5}$; е) $\lim\limits_{x\to\infty}(2-3x)(\ln(1-3x)-\ln(2-3x))$.

№6.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\ldots+n}{n^2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^2-1}+\sqrt[6]{x^6-2}}{x-1}$; в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-2x-1}{x^5-2x-1}$;

г) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[3]{x^2-6}+2}{x^3+8}$; д) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln x-\ln a}{x-a}$; е) $\lim\limits_{x\to -1}(1-x)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$.

№7.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+2+\ldots n}{n+2}-\dfrac{n}{2}\right)$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)}{2x^3+10}$; в) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{3}}((x+1)^{\frac{2}{3}}-(x-1))^{\frac{2}{3}}$; д) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\mathrm{tg}2x\,\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)$; е) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$.

№8.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{1\cdot2}+\dfrac{1}{2\cdot3}+\ldots\dfrac{1}{n(n+1)}\right)$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x-1)^{20}\cdot(3x+1)^{10}}{(6x-2)^{30}}$; в) $\lim\limits_{x\to16}\dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$;

г) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4-3x+2}{x^3-4x+3}$; д) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\mathrm{tg}^3x-3\mathrm{tg}x}{\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)}$; е) $\lim\limits_{x\to0}\sqrt[x]{\cos\sqrt{x}}$.

№9.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5+10+15+\ldots+5n}{2n^2+9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6-8x+x^5}{1-3x^5}$; в) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+10x+21}{x^2+8x+15}$;

г) $\lim\limits_{x\to8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+\mathrm{tg}x}-\sqrt{1+\sin x}}{x^3}$; е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^2}-\cos x}{x^2}$.

№10.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)!-(n+1)!}{(n+3)!}$; б) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{2x^2+7x-4}{2x^2+13x+20}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\left(1+\mathrm{tg}^2\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{2x}}$;

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[4]{1+x^4}+\sqrt[5]{32x^5+1}}{1-3x}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}-e^{-2x}}{\mathrm{tg}8x}$; е) $\lim\limits_{x\to\infty}(2-3x)(\ln(1-3x)-\ln(2-3x))$.

Задание № 5. Исследовать функцию на непрерывность. Указать род точек разрыва. Для точек разрыва первого рода найти скачок функции. Сделать чертеж:

1. а) $y=5^{\frac{1}{x-3}}$; б) $y=\begin{cases}-x, \text{ если } x\le 0,\\ x^3, \text{ если } 0<x\le 2,\\ x+4, \text{ если } x>2.\end{cases}$

2. а) $y=2^{2-x}$; б) $y=\begin{cases}2, \text{ если } x<-1,\\ 1-x, \text{ если } -1\le x\le 1,\\ \ln x, \text{ если } x>1.\end{cases}$

3. а) $y=3^{\frac{x}{x^2-2x-3}}$; б) $y=\begin{cases}1, \text{ если } x\le 0,\\ 2^x, \text{ если } 0<x\le 2,\\ x+2, \text{ если } x>2.\end{cases}$

4. а) $y=4^{\frac{1}{3-x}}$; б) $y=\begin{cases}x+4, \text{ если } x<-1,\\ x^2+2, \text{ если } -1\le x\le 1,\\ 2x, \text{ если } x>1.\end{cases}$

5. а) $y=2^{\frac{x}{x-2}}$; б) $y=\begin{cases}x^2+1, \text{ если } x\le 1,\\ \dfrac{2}{x}, \text{ если } 1<x\le 2,\\ x-1, \text{ если } x>2.\end{cases}$

6. а) $y=5^{\frac{x}{x^2+2x-3}}$; б) $y=\begin{cases}x, \text{ если } x\le -2,\\ \dfrac{5}{x+2}, \text{ если } -2<x\le 3,\\ -1, \text{ если } x>3.\end{cases}$

7. $y=3^{\frac{x}{2-x}}$; б) $y=\begin{cases}x+1, \text{ если } x\le 0,\\ (x+1)^2, \text{ если } 0<x\le 2,\\ 4-x, \text{ если } x>2.\end{cases}$

8. а) $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2-x}}$; б) $y=\begin{cases}x+2, \text{ если } x\le 0,\\ \dfrac{3}{x}, \text{ если } 0<x\le 3,\\ 3, \text{ если } x>3\end{cases}$

9. а) $y=9^{\frac{1}{3-x}}$; б) $y=\begin{cases}-x, \text{ если } x\le 0,\\ -(x-1)^2, \text{ если } 0<x<2,\\ x-3, \text{ если } x\ge 2.\end{cases}$

10. а) $y=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{1}{x-4}}$; б) $y=\begin{cases}x+2, \text{ если } x\le -1,\\ x^2+1, \text{ если } -1<x\le 1,\\ 3-x, \text{ если } x>1.\end{cases}$

Задание № 6. Найти производную функций:

1. а) $y=\left(\frac{2}{27x}-\frac{1}{9x^2}\right)\sqrt{3x+x^2}$; б) $y=3^{\operatorname{arctg}^2(4x+1)}$; в) $y=(\operatorname{tg}2x)^x$; г) $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{9}=1$;

д) $\begin{cases} x=7t^3-4, \\ y=4t^7. \end{cases}$

2.

а) $y=x\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}$; б) $y=\operatorname{tg}^3 6x\text{-}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}3x$; в) $y=(\sin 3x)^{\cos x}$; г) $\sin y=2xy^3+5$; д) $\begin{cases} x=\ln^2 t, \\ y=t+4\ln t. \end{cases}$

3.

а) $y=x\arcsin\frac{2x+1}{3}$; б) $y=\mathrm{e}^{\cos^4 6x}$; в) $y=(\operatorname{arctg}2x)^{\sin 6x}$; г) $4x+\cos y=23y$; д) $\begin{cases} x=e^{-3t}, \\ y=e^{10t}. \end{cases}$

4.

а) $y=\sqrt[3]{\frac{x+3}{3x-5}}$; б) $y=(1+\operatorname{ctg}^2 3x)e^{-x}$; в) $y=\left(\arcsin\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^x$; г) $y^2+x^2=3\sin y$, д) $\begin{cases} x=\frac{1}{t+1}, \\ y=\left(\frac{t}{t+1}\right)^2. \end{cases}$

5.

а) $y=\frac{\sqrt{1+3x^2}}{2+3x^2}$; б) $y=e^{\operatorname{arctg}\sqrt{1+\ln(2x+5)}}$; в) $y=\left(\operatorname{tg}^{\frac{x}{2}}\right)^{x\arcsin x}$; г) $y^2=x+\ln\frac{x}{y}$; д) $\begin{cases} x=\sin 2t, \\ y=\cos^2 t. \end{cases}$

6.

а) $y=\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-3x}{1+3x}}$; б) $y=e^x\cos x\cdot\sin^2 3x$; в) $y=(\operatorname{tg}2x)^{\cos\frac{x}{2}}$; г) $x^3-y^3=7$; д) $\begin{cases} x=\operatorname{arctg}t, \\ y=\ln(1+t^2). \end{cases}$

7.

а) $y=\ln(5x^7-4\sqrt{x})$; б) $y=e^{\operatorname{arcctg}\sqrt{2+\ln(x+1)}}$; в) $y=(\operatorname{tg}x)^{\operatorname{ctg}x}$; г) $y=e^y+42x$; д) $\begin{cases} x=\arcsin t, \\ y=\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

8.

а) $y=\left(1+\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}\right)^4$; б) $y=\frac{1+x\operatorname{arctg}x}{\sqrt{1+x^2}}$; в) $y=x^{\ln x}$; г) $x^4+x^3y^3+y^2=5$; д) $\begin{cases} x=3(t-\sin t), \\ y=3(1-\cos t). \end{cases}$

9.

а) $y=(1+\operatorname{tg}^2 x)e^{\operatorname{arctg}^2 x}$; б) $y=(\arccos 3x)^{2x}$; в) $y=\sqrt[3]{(1+\ln^4 3x)^2}$; г) $4\sin^4(x+y)=x$; д) $\begin{cases} x=\arccos t, \\ y=\ln t. \end{cases}$

10.

а) $y = x\operatorname{arctg}^3 5x + \ln \operatorname{tg} x$; б) $y = \left(\dfrac{x}{2+x}\right)^x$; в) $y = \sqrt[5]{x + x\sqrt[3]{x}}$; г) $\operatorname{tg} y = 5y - 7x$; д) $\begin{cases} x = t^4 + 5\sqrt{t}, \\ y = \ln(1 - t^2). \end{cases}$

Задание № 7. Вычислить приближенные значения выражений, заменяя приращение функции дифференциалом:

1. а) $\sqrt[3]{65}$; б) $\sin 31^0$.
2. а) $\sqrt[4]{90}$; б) $\arcsin 0,95$.
3. а) $\sqrt[3]{125,134}$; б) $\ln \operatorname{tg} 47^0$.
4. а) $\sqrt[4]{15,6}$; б) $\arcsin 0,51$.
5. а) $\sqrt[5]{31}$; б) $\operatorname{tg} 44^0$.
6. а) $\sqrt{\dfrac{2-0,15}{2+0,15}}$; б) $\ln \operatorname{tg} 44^0$.
7. а) $\sqrt{15}$; б) $\operatorname{arctg} 1,05$.
8. а) $\sqrt{27}$; б) $\operatorname{arcctg} 0,97$.
9. а) $\sqrt{\dfrac{3+0,3}{3-0,3}}$; б) $\arccos 0,49$.
10. а) $\sqrt[5]{33}$; б) $\sin 359^0$.

Задание № 8. Найти производные указанного порядка:

$y = \sin^2 3x \ln x,\ y^{(3)} = ?$

2. $y = x^3 e^{3x},\ y^{(3)} = ?$

3. $y = \dfrac{e^{2x}}{x},\ y^{(3)} = ?$

4. $y=\sin\alpha nx\cos\beta x\,,\; y^{(2)}=?$

5. $y=\dfrac{1+x}{\sqrt{1-x}}\,,\; y^{(2)}=?$

6. $y=\dfrac{\ln x}{x}\,,\; y^{(4)}=?$

7. $y=x^2\cos 10x,\; y^{(3)}=?$

8. $y=\sin^4 2x, y^{(3)}=?$

9. а) $y=\sqrt{x+5}\,,\; y^{(3)}=?$

10. а) $y=\cos^3 x, y^{(2)}=?$

Задание № 9. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя:

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\,\mathrm{ctg}x-1}{x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2}{\pi}\mathrm{arctg}x\right)^x$.

2. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}x-x}{x-\sin x}$; б) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{x}{\mathrm{ctg}x}-\dfrac{\pi}{2\cos x}\right)$.

3. а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt[3]{\mathrm{tg}x}-1}{2\sin^2 x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}x^x$.

4. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x^2}{x^2\sin^2 x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\mathrm{tg}x}$.

5. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 5x}{\ln\cos 3x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos ax)^{\frac{1}{\sin^2 bx}}$.

6. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}$; б) $\lim\limits_{x\to a}\left(2-\dfrac{x}{a}\right)^{\mathrm{tg}\frac{\pi x}{2a}}$.

7. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x\cos x}{\sin^3 x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\mathrm{ctg}^2 x\right)$.

8. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x-e^{-x}}$; б) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\mathrm{tg}x)^{\sin 2x}$.

9. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\arcsin(2-x)}{\sqrt{x^2-3x+2}}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}$.

10. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+2\ln x}{x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\mathrm{tg}x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

Задание № 10. Разложить по формуле Маклорена до 0 (x^n):

1. а) $y=\ln(1+e^x)$; б) $y=\dfrac{x^2}{x-1}$.

2. а) $y=(x-1)e^{-2x}$; б) $y=\dfrac{3x-1}{x^2+x-6}$.

3. а) $y=(x+2)e^{\frac{x}{2}}$; б) $y=\dfrac{2x+5}{x^2+4x-5}$.

4. а) $y=\cos(2x+1)$; б) $y=\dfrac{x^2+4x-1}{x^2+2x-3}$.

5. а) $y=e^{6x-2}$; б) $y=\ln\dfrac{1+3x}{1-3x}$.

6. а) $y=\ln(3+2x-x^2)$; б) $y=\dfrac{x^2+1}{2x-3}$.

7. а) $y=\ln(3+2x-x^2)$; б) $y=\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}$.

8. а) $y=(3x+1)\sqrt{1-x}$; б) $y=\dfrac{1-2x^2}{2+x-x^2}$.

а) $y=\sin(5x-3)$; б) $y=\dfrac{x+4}{x^2-5x+6}$.

9. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).**

9.1 Основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: (учеб.)7-е изд.,стер.-Санкт-Петербург:Лань. – Ч.1 ;Ч.2. 2005.

2. Ильин, В.А. Математический анализ Ч.1, Ч.2 [Электронный ресурс] / Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. – М.:Издательство Юрайт, 2015 – 357 с. Гриф УМО. Режим

доступа http://www.biblio-online.ru/themetic/?15&id=urait.content.5DD4321C-42BF-AF93-29CC4E9DA072&type=c_pub (дата обращения 12.10.2014)

9.2 Дополнительная литература:

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов/ Б. П. Демидович. -Москва: АСТ, 2009 .-558 с.

2. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу : учеб. пособие/ Г. И. Запорожец. -5-е изд., стереотип. - Санкт-Петербург: Лань, 2009 .-464 с.

9.3 Интернет-ресурсы:

1. Методические рекомендации по написанию реферата. http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

2. Реферат (выбор темы, структура) http://shkolazhizni.ru/archive/0/n-24860/

3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам http://window.edu.ru/window/library

4. Сайт, посвященный математике и математикам http://math.ru

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).

ПАКЕТЫ ПРИКЛАДНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ПРОГРАММ (ПППП)

1. Microsoft Excel. Встроенные математические функции.
2. Microsoft Word. Встроенный редактор формул.
3. Microsoft PowerPoint.

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие аудиовизуальное восприятие учебного материала (специализированное демонстрационное оборудование):

- доска и мел (или более современные аналоги),
- слайдопроекторы или мультимедийные проекторы,
- компьютеры (для передачи, поиска, изучения материала, для контроля знаний и др.).
- микрофон и соответствующие установки (для работы в больших аудиториях с многочисленными группами студентов).

11. Технические средства и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).

Лекционные и практические занятия проводятся в специализированных аудиториях, оснащённых мультимедийной техникой. Допускается использование интерактивной доски.

ПриложениеА

Итоговая матрица взаимосвязи всех частей рабочей программы дисциплины

1	2	3	4	5	6	7	8
Компетенция	Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть	Виды учебных занятий	Период Изучения
Указывается номер компетенции	Указывается соответствующее квалификационное требование					Указываются номера тем, лабораторных, практических работ, контрольных работ и иных видов учебных работ	Указывается номер семестра или недели
ПК -3	Способность формулировать, доказывать, детально обосновывать математические утверждения	Способность доказывать утверждения, требующие отработанных навыков и умений	основной круг проблем, встречающихся в математике	находить методы решения основных типов задач, встречающихся в математике	Владеть различными методами доказательств и утверждений	Тема 3.2 Тема 2.4	3 4
ОПК -3	Способность переходить от усвоения готовых знаний к овладению методами получения новых зна-	Способность пользоваться систематическими знаниями по направ-	Знать основные методы и способы	Уметь выбирать и применять в про-	способностью к самостоятельной к научно-исследо-	…	…

	ний	лению деятельности; базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме	поиска и систематизации информации	фессиональной деятельности экспериментальные и расчетно-теоретические методы исследования	вательской работе		

Лист изменений:

Внесены изменения в части пунктов
____
____
____
____

Протокол заседания кафедры № ___от «____»_____________ 20__ г.

Заведующий кафедрой

_____________ /___________________/

(подпись)   *(Ф. И. О.)*

Изменения одобрены учебно-методическим советом
____ факультета.

(к которому относится кафедра-составитель)

Протокол заседания № ___от «_____»_________________20__ г.

Председатель учебно-методического совета

______________/___________________/

(подпись)   *(Ф. И. О.)*

Изменения одобрены учебно-методическим советом
____ факультета

(к которому относится данное направление подготовки/специальность)

Председатель учебно-методического совета

_______________/____________________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

ИзмененияодобреныУчебно-методическим советом университета

протокол № ________от «_____» ____________ 20___г.

Председатель Учебно-методического совета университета __________ /_______________/

(подпись) *(Ф. И. О.)*

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

«Математический анализ»

Основной профессиональной образовательной программы
академического бакалавриата

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Цель изучения дисциплины	Целями освоения дисциплины « Математический анализ» являются: - изучение теории множеств и числовых функций; - пределы, производные и дифференциалы; -неопределенный и определенный интегралы; - метрические пространства; - функции многих переменных; - числовые, функциональные ряды и ряды Фурье; - кратные и криволинейные интегралы; - формулы Стокса, Гаусса-Остроградского/
Место дисциплины в структуре ОПОП	Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». Дисциплина «Математический анализ» является продолжением элементарной математики. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов элементарной математики, аналитической геометрии и алгебры. Данная дисциплина является предшествующей для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математические методы в экономике», «Теория игр», «обыкновенные дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ» и др.
Компетенции, формируемые в результате освоения учебной дисциплины	Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

	ОК-7- способность к самоорганизации и самообразованию; ОПК-1 - готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности; ПК-1 - способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области; ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики; ПК-3- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.
Знания, умения и навыки, получаемые в процессе изучения дисциплины	**В результате изучения дисциплины студент должен:** - **знать:** основные определения и понятия теории, уметь приводить их иллюстрирующие примеры. **- уметь:**находить пределы, производные и дифференциалы. Вычислять неопределенные, определенные и несобственные интегралы. Находить условный экстремум. Работать с числовыми и функциональными рядами. **- владеть:** способами ориентации в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.); способами взаимодействия с другими субъектами образовательного процесса; различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности.
Содержание дисциплины	Раздел 1. Действительные числа, функции, пределы.

<table>
<tr><td></td><td>
Раздел 2.
Неопределенный и определенный интеграл. Метрические пространства. Неявные функции.
Раздел 3.
Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды и ряды Фурье.
Раздел 4.
Интегралы, зависящие от параметров. Эйлеровы интегралы. Преобразования Фурье. Асимптотические разложения.
Раздел 5.
Кратные интегралы Римана. Несобственные кратные интегралы. Кривые и криволинейные интегралы. Потенциально-векторные поля. Формула Грина.
Раздел 6.
Формула Стокса и формула Гаусса-Остроградского. Общая формула Стокса.
</td></tr>
<tr><td>Объем дисциплины и виды учебной работы</td><td>
<table>
<tr><th>Вид учебной работы</th><th>Всего часов</th><th>1семестр</th><th>2 семестр</th><th>3 семестр</th><th>4 семестр</th></tr>
<tr><td>Общая трудоемкость дисциплины</td><td>900</td><td>263</td><td>245</td><td>326</td><td>362</td></tr>
<tr><td>Аудиторные занятия</td><td>378</td><td>108</td><td>90</td><td>90</td><td>90</td></tr>
<tr><td>Лекции</td><td>144</td><td>36</td><td>36</td><td>36</td><td>36</td></tr>
<tr><td>Практические занятия (ПЗ)</td><td>234</td><td>72</td><td>54</td><td>54</td><td>54</td></tr>
<tr><td>Контроль самостоятельной работы (КСР)</td><td>8</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Самостоятельная работа</td><td>424</td><td>43</td><td>61</td><td>142</td><td>178</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Формы текущего и рубежного</td><td>Групповые дискуссии, тесты, домашние задания, презен-</td></tr>
</table>

контроля	тации, рефераты
Форма промежуточного контроля	1,2,4 семестр – экзамен; 3 семестр - зачет