

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

Батыгов З.О.

«25» 05 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Уравнения с частными производными

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Программа академического бакалавриата

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Факультет: физико-математический

Кафедра: математического анализа

МАГАС 2018 г.

Составители рабочей программы
Старший преподаватель
(должность, уч. степень, звание)

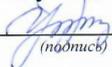


Албогачева М.М.
(Ф. И. О.)

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры мат.анализа

Протокол заседания № 8 от « 24 » 04 2018 г.

Заведующий кафедрой

 /Танкиев И.А./
(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа одобрена учебно-методическим советом физико-математического факультета.

Протокол заседания № 9 от « 30 » 04 2018 г.

Председатель учебно-методического совета

 /Танкиев И.А./
(подпись) (Ф. И. О.)

Рабочая программа рассмотрена учебно-методическим советом Ингушского Государственного Университета.

Протокол заседания № 9 от « 04 » 05 2018 г.

Председатель учебно-методического совета ИнГУ

 /Хашагульгов Ш.Б./
(подпись) (Ф. И. О.)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины являются:

1. фундаментальная подготовка в области уравнений в частных производных, находящих применение в механике, физике, технике, биологии, экологии.
2. Овладение аналитическими методами решения краевых задач математической физики.

Задачей изучения дисциплины является: овладение основными понятиями, идеями и методами теории уравнений в частных производных.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина является одной из дисциплин вариативной (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика».

Базовые дисциплины (с указанием тем и основных понятий, необходимых для успешного изучения дисциплины):

- 1) Обыкновенные дифференциальные уравнения – методы решения уравнений первого порядка (метод разделения переменных, метод вариации произвольной постоянной), задача Коши для линейных уравнений первого и второго порядка с постоянными коэффициентами, уравнение Эйлера.
- 2) Алгебра - приведение квадратичной формы к каноническому виду (метод Лагранжа, метод Якоби), закон инерции.
- 3) Математический анализ – непрерывные функции; кусочно-непрерывные функции; криволинейные координаты; замена переменных; частные производные; неявные функции; дифференцирование неявных функций, поверхностные интегралы; формула Остроградского-Гаусса; интегралы, зависящие от параметра; несобственные интегралы; функциональные ряды; признаки сходимости ряда; ряды и интегралы Фурье; кратные интегралы; производная по направлению, градиент, дивергенция, оператор Лапласа.
- 4) Функциональный анализ - собственные значения и собственные функции, линейные операторы; ортогональные системы функций; полные системы функций; пространство функций $L_2(G)$.
- 5) Теория функций комплексного переменного - гармонические и аналитические функции, вычисление интегралов с помощью вычетов.
- 6) Физика - закон Гука, равнодействующая сил, законы Ньютона; закон сохранения энергии, закон внутренней теплопроводности в твердых телах (закон Фурье), закон конвективного теплообмена на границе двух сред (закон Ньютона), закон диффузии (закон Фернста).

Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы для успешного освоения таких дисциплин, как «Численные методы», «Математические модели в экологии», а также при выполнении научно-исследовательской работы в области математического моделирования

физических, биологических, экологических, экономических, социальных и других процессов живой и неживой природы.

Таблица 2.1.

Связь дисциплины «Уравнения с частными производными» с предшествующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, предшествующие дисциплине «Уравнения с частными производными»	Семестр
Б1.Б.7	Математический анализ	1,2,3,4
Б1.Б.8	Алгебра	1,2
Б1.Б.12	Обыкновенные дифференциальные уравнения	3
Б1.Б.13	Комплексный анализ	5,6
Б1.Б.14	Функциональный анализ	5,6,7

Таблица 2.2.

Связь дисциплины «Уравнения с частными производными» с последующими дисциплинами и сроки их изучения

Код дисциплины	Дисциплины, следующие за дисциплиной «Уравнения с частными производными»	Семестр
Б1.Б.5	Численные методы	6,7,8

Таблица 2.3.

Связь дисциплины «Уравнения с частными производными» со смежными дисциплинами

Код дисциплины	Дисциплины, смежные с дисциплиной «Уравнения с частными производными»	Семестр
Б1.Б.14	Функциональный анализ	5,6,7

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;

ПК-9- способностью к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика информатика) (ПК-9);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирования задач различных групп (ПК-2);

задачи учебных курсов на всех уровнях образования, основные нормативные документы (ПК-9);

уметь:

выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике(ПК-2);

строить основные учебные стратегии (умения учиться), приемы самостоятельной работы с учебным материалом, типологию заданий, направленных на проверку и закрепление пройденного материала(ПК-9);

владеть/быть в состоянии продемонстрировать:

возможности современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание (ПК-2);

способностью ориентироваться в современных технологиях организации учебного процесса и технологиях оценки достижений обучающихся на различных этапах обучения (ПК-9) .

Таблица 3.1.

Матрица связи компетенций, формируемых на основе изучения дисциплины «Уравнения с частными производными», с временными этапами освоения ее содержания

Коды компетенций (ФГОС)	Компетенция	Семестр и неделя изучения
-------------------------	-------------	---------------------------

ПК-2	Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	6
ПК-9	способностью к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика информатика);	6

Согласно уровням квалификаций, утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 апреля 2013г. № 148-нз, подготовка выпускника академического бакалавриата по направлению «Математика» соответствует 6-му уровню квалификации. Показатели уровня квалификации при профессиональной деятельности представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

Обобщенные требования к 6-му уровню квалификации выпускника академического бакалавриата по направлению 01.03.01 «Математика»

Показатели	Показатели 6-го уровня квалификации		
	Полномочия и ответственность	Характер умений	Характер знаний

6-й уровень	Самостоятельная деятельность, предполагающая определение задач собственной работы и/или подчиненных по достижению цели. Обеспечение взаимодействия сотрудников и смежных подразделений. Ответственность за результат выполнения работ на уровне подразделения или организации	Разработка, внедрение, контроль, оценка и корректировка направлений профессиональной деятельности, технологических или методических решений	Применение профессиональных знаний технологического или методического характера, в том числе инновационных. Самостоятельный поиск, анализ и оценка профессиональной информации
-------------	---	---	--

Эти обобщенные требования можно детализировать в совокупности квалификационных требований, разбитых в соответствии с различными уровнями ее проявления (табл.3.3.-3.5).

Таблица 3.3.

Уровни проявления компетенции ПК-2, формируемой при изучении дисциплины «Уравнения с частными производными» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
Способность использовать в своей работе прогрессивные идеи, формы и методы математики	Высокий уровень компетентности	Способность использовать математические методы в постановке естественно-научных задач
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных задач

Таблица 3.4

**Уровни проявления компетенции ПК-9, формируемой при изучении дисциплины
«Уравнения с частными производными» в форме признаков профессиональной деятельности**

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
способностью к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика информатика)	Высокий уровень компетентности	Способность ориентироваться в современных технологиях организации учебного процесса и технологиях оценки достижений обучающихся на различных этапах обучения
	Базовый уровень компетентности	Способность ориентироваться в структуре стандартов образования
	Минимальный уровень компетентности	Способность понимать основные направления развития школьного образования

Описание задач освоения дисциплины,

соотнесенных с планируемыми целями освоения образовательной программы в форме признаков проявления компетенций

Таблица 3.5.

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-2, формирующейся при изучении дисциплины «Уравнения с частными производными»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть

<p>Способность применять математические знания в решении естественно-научных и задач</p>	<p>Высокий уровень компетентности</p>	<p>Способность использовать математические методы в постановке естественно-научных задач</p>	<p>Знает основной круг проблем, встречающихся в математике, и основные способы (методы) их решения</p>	<p>Умеет выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике</p>	<p>Владеет возможностями современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание</p>
	<p>Базовый уровень компетентности</p>	<p>Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач</p>	<p>Знает основной круг проблем, встречающихся в математике</p>	<p>Умеет находить методы решения основных типов задач, встречающихся в математике</p>	<p>Владеет методами выявления, отбора и объединения фрагментов математического знания, принадлежащего к различным научным дисциплинам для постановки задачи</p>
	<p>Минимальный уровень компетентности</p>	<p>Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных задач</p>	<p>Знает классические задачи математики</p>	<p>Умеет формулировать классические задачи математики</p>	<p>Владеет и адекватно использует терминологию разных областей знаний</p>

Таблица 3.6

Признаки профессиональной деятельности, уровни проявления и знаниевая база в привязке к компетенции ПК-9, формирующейся при изучении дисциплины «Уравнения с частными производными»

Квалификационные требования (признаки профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенций	Знать	Уметь	Владеть
Способность ориентироваться в технологиях организации учебного процесса и технологиях оценки достижений обучающихся на различных этапах обучения	Высокий уровень компетентности	Способность ориентироваться в современных технологиях организации учебного процесса и технологиях оценки достижений обучающихся на различных этапах обучения	Знать задачи учебных курсов на всех уровнях образования, основные нормативные документы	Уметь строить основные учебные стратегии, приемы самостоятельной работы с учебным материалом, типологию заданий, направленных на проверку и закрепление пройденного материала	Владеть способностью эффективно строить учебный процесс на всех уровнях и этапах образования в области математики и информатики
Способность ориентироваться в стандартах образования	Базовый уровень компетентности	Способность ориентироваться в структуре стандартов образования	Знать основные принципы построения школьных программ и учебников	Уметь эффективно строить учебный процесс в соответствии с задачами конкретного учебного курса и условиями	Владеть логикой школьных курсов математики и информатики и их внутренней структурой их содержания

				обучения	
Способность понимать основные направления развития школьного образования	Минимальный уровень компетентности	Способность понимать основные направления развития школьного образования	Знать способы психологического и педагогического изучения обучающихся	Уметь составлять контролируемые задания в соответствии с требованиями стандарта	Владеть методиками обучения в зависимости от ступени образования

Уровни проявления компетенции ПК-2, формируемой при изучении дисциплины «Уравнения с частными производными» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
Способность использовать в своей работе прогрессивные идеи, формы и методы математики	Высокий уровень компетентности	Способность использовать математические методы в постановке естественно-научных задач
	Базовый уровень компетентности	Способность сопоставлять методы описания и формулирования естественно-научных задач
	Минимальный уровень компетентности	Способность систематизировать имеющиеся методы постановки естественно-научных задач

Уровни проявления компетенции ПК-9, формируемой при изучении дисциплины «Уравнения с частными производными» в форме признаков профессиональной деятельности

Квалификационное требование (признак профессиональной деятельности)	Уровень проявления	Описание признаков проявления компетенции на разных уровнях
Способность к организации учебной деятельности в конкретной предметной области	Высокий уровень компетентности	Способность ориентироваться в современных технологиях организации учебного процесса и технологиях оценки достижений обучающихся на различных этапах обучения
	Базовый уровень компетентности	Способность ориентироваться в структуре стандартов образования
	Минимальный уровень компетентности	Способность понимать основные направления развития школьного образования отработанных навыков и умений

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Таблица 4.1.

Объем дисциплины и виды учебной работы

	Всего	Порядковый номер семестра			
		6			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	180(6 з.е.)	6 з.е.			
Курсовой проект (работа)	Не предусмотрено				

Аудиторные занятия всего (в акад.часах), в том числе:	92/30	92/30			
Лекции	54/18	54/18			
Практические занятия, семинары	36/12	36/12			
Лабораторные работы	Не предусмотрено				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2			
Самостоятельная работа всего (в акад.часах), в том числе:	88	88			
Вид итоговой аттестации:	Не предусмотрено				
Зачет/дифф.зачет	Дифф. зачет	Дифф. зачет			
Экзамен	Не предусмотрено				
Общая трудоемкость дисциплины	180	180			

**СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С
УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ
ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ**

Раздел 1. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация.

Раздел 2. Теорема Коши-Ковалевской; понятие характеристического направления, характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.

Раздел 3. Волновое уравнение; энергетические неравенства; единственность решения задачи Коши и смешанной задачи; вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье. Уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина; фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле; обобщенные решения краевых задач.

Раздел 4. Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Раздел 5. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.

Таблица 4.2.

Распределение учебных часов

по темам и видам учебных занятий (общая трудоемкость учебной дисциплины — 5 з. е.)

Семестр 6

№ п/п	Наименование разделов и тем	Лекции	Практика	СР
1	Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа.	2	1	4
2	Постановка краевых задач, их физическая интерпретация.	2	1	4
3	Теорема Коши-Ковалевской.	2	1	2
4	Понятие характеристического направления, характеристики.	2	1	2
5	Приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.	2	1	4
6	Волновое уравнение.	2	1	4
7	Энергетические неравенства.	2	1	2
8	Единственность решения задачи Коши и смешанной задачи.	2	2	4
9	Вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул	2	2	4
10	Метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье.	2	2	4
11	Уравнения Лапласа и Пуассона.	2	2	4
12	Формулы Грина.	2	2	4

13	Фундаментальное решение оператора Лапласа.	2	2	4
14	Потенциалы.	2	2	2
15	Свойства гармонических функций.	2	1	2
16	Единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа.	2	2	4
17	Функция Грина задачи Дирихле.	2	1	4
18	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.	2	2	4
19	Единственность решения внешней задачи Дирихле.	4	2	4
20	Обобщенные решения краевых задач.	2	1	4
21	Уравнение теплопроводности.	2	1	3
22	Принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши.	4	2	5
23	Построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности .	2	1	5
24	Понятие корректной краевой задачи. Примеры корректных и некорректных краевых задач.	4	2	5
	Итого	54	36	88

Самостоятельная работа студента, в том числе:	88	Формы текущего и рубежного контроля подготовленности обучающегося: Контрольные работы, тесты, зачет
- в аудитории под контролем преподавателя	28	
- курсовое проектирование (выполнение курсовой работы)	0	
- внеаудиторная работа	60	
Экзамен	Не предусмотрено	
Всего часов на освоение учебного материала	180	

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

5.1. Учебно-методическое обеспечение

Дисциплина «Уравнения с частными производными» является объемлющей, в том смысле, что для ее освоения необходимы знания в нескольких базовых дисциплинах по направлению «Математика». Знания, полученные после изучения этой дисциплины, позволяют ориентироваться в различных направлениях практической деятельности, связанных с численными методами и физикой, моделированием физических процессов. В качестве входных знаний необходимы основы алгебры, математического анализа, комплексного анализа, функционального анализа.

Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение лекций и рекомендованной литературы, решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Для активизации самостоятельной работы студентов и экономии времени, отводимого на лекционный курс, ряд тем выносятся на самостоятельное изучение. Самостоятельная работа со студентами проводится в часы самостоятельной работы в форме консультаций. Распределение часов руководства самостоятельной работой учитывает важность рассматриваемой темы и возможную сложность при освоении ее студентами. Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид учебного труда, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала. Для успешного выполнения расчетных заданий, написания рефератов и подготовки к коллоквиуму, помимо материалов лекционных и практических занятий, необходимо использовать основную и дополнительную литературу, указанную в конце данной рабочей программы.

№	Темы	Кол-во часов	Формы отчетности
1	Фундаментальное решение оператора Гельмгольца.	12	конспект
2	Фундаментальное решение оператора Коши- Римана.	12	конспект
3	Интегральные уравнения с вырожденным ядром.	12	конспект
4	Интегральные уравнения с полярным ядром.	12	конспект

5	Решение краевой задачи с помощью функции Грина.	12	конспект
6	Функция Грина задачи Дирихле.	14	конспект
7	Уравнение Шредингера.	14	конспект

5.2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Таблица 5.1

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Таблица 5.2

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным

	материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ/МОДУЛЯ

Самостоятельная работа призвана закрепить теоретические знания и практические навыки, полученные студентами на лекциях и практических занятиях, развить поставленные компетенции. Кроме того, часть времени, отпущенного на самостоятельную работу, должна быть использована на выполнение домашней работы.

Во время лекционных и практических занятий самостоятельная работа реализуется в виде решения студентами индивидуальных заданий, изучения части теоретического материала, предусмотренного учебным планом ООП.

Во внеаудиторное время студент изучает рекомендованную литературу, готовится к лекционным и практическим занятиям, собеседованиям, устным опросам, коллоквиуму и контрольным работам. Подготовка теоретического **сообщения** на практическое занятие выполняется студентом самостоятельно, но по согласованию с преподавателем темы сообщения. Это может быть, например, сообщение о жизни и деятельности великих ученых-математиков, теоремы, которых изучаются в данном курсе, или интересные замечания, факты по теме лекции (практического занятия).

Проведение **контрольных работ** по дисциплине предусмотрено ОПОП. Ниже даны примерные варианты контрольных работ.

Варианты контрольных работ.

Задание 1.

Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

а) $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 7u_y - 3u = 0$

б) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_x + 2u_y - 5u = 0$

в) $2u_{xx} + 6u_{xy} + 8u_{yy} + u_x + 5u_y - 2u = 0$

Задание 2.

Найти общее решение гиперболического уравнения

а) $u_{xx} + 4u_{xy} - 5u_{yy} = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + (b^2 - a^2)u_{yy} = 0$

Задание 3.

Найти общее решение параболического уравнения

а) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} - u_x + u_y = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + b^2u_{yy} + au_x - abu_y = 0$

Задание 4.

Найти общее решение эллиптического уравнения

а) $u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} = 0$

б) $u_{xx} + 2bu_{xy} + (b^2 + a^2)u_{yy} = 0$

Задание 5.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r \leq 1$$

$$u \Big|_{r=1} = \sin^3 \varphi.$$

Задание 6.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в цилиндре

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad 0 < z < 1$$

$$u \Big|_{z=0} = 1 - r^2, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u \Big|_{z=1} = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u \Big|_{r=1} = 0, \quad 0 < z < 1$$

Задание 7.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в шаре

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u \Big|_{r=1} = 3 \cos^2 \vartheta.$$

Задание 8.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в круге

$$\Delta u + 4u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u \Big|_{r=1} = \sin^3 \varphi$$

Задание 9.

Решить краевую задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в шаре

$$\Delta u + 2u = 0, \quad 0 \leq r < 1$$

$$u \Big|_{r=1} = 3 \cos^2 \vartheta$$

Задание 10.

Струна длиной $l = 100$, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, в начальный момент оттянута в точке $x = 50$ см на расстояние $h = 2$ см, а затем опущена без толчка. Определить форму струны для любого момента времени t .

Задание 11.

В начальный момент струна, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, имела форму синусоиды

$u = A \sin \frac{\pi x}{l}$, причем скорости точек ее были равны нулю. Найти форму струны в момент времени t .

Задание 12.

В начальный момент $t = 0$ точкам прямолинейной струны $0 < x < l$ сообщена скорость $\frac{\partial u}{\partial t} = 1$.

Найти форму струны в момент времени t , если концы ее $x = 0$ и $x = l$ закреплены.

Вопросы к зачету:

1. Классификация уравнений. Общие понятия.
2. Линейные однородные уравнения 1-го порядка.
3. Типы уравнений 2-го порядка.
4. Преобразование уравнений 2-го порядка. Инвариантность типа уравнения.
5. Приведение уравнения к каноническому виду.
6. Понятие общего решения.
7. Основные уравнения математической физики.
8. Уравнение колебаний струны.
9. Уравнение колебаний мембраны.
10. Уравнение неразрывности при движении жидкости. Уравнение Лапласа.
11. Уравнение передачи тепла.
12. Постановка задач математической физики. Начальные и краевые условия.
13. Зависимость решения от предельных условий. Корректная постановка задачи Коши. Пример Адамара.
14. Формула Даламбера. Неограниченная струна.
15. Струна с двумя закрепленными концами и его решение методом Даламбера.
16. Первая краевая задача для гиперболических уравнений.
17. Сопряженные дифференциальные операторы.
18. Метод Римана.
19. Функция Римана для сопряженного уравнения.
20. Уравнение распространения тепла. Фундаментальное решение.
21. Уравнение распространения тепла. Решение задачи Коши.
22. Уравнения Лапласа и Пуассона. Фундаментальное решение. Формула Грина.

23. Решение задачи Дирихле для шара, поставленной для уравнения Пуассона.
24. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Решение задачи Дирихле для кольца с постоянными значениями искомой функции на внутренней и внешней окружностях.
25. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (метод Фурье).
26. Метод Фурье. Разделение переменных. Решение уравнения: $\Delta u = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial t}$.

7. Учебно-методическое обеспечение

Основная литература:

1. Михайлов В.П. «Дифференциальные уравнения в частных производных». М., Наука, 2008.
2. Петровский И.Г. «Лекции об уравнениях с частными производными». М., Издательство Моск. ун-та, 2008
3. Соболев С.Л. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2009.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2007.
5. Смирнов М.М. «Задачи по уравнениям математической физики». М., Наука, 2007.
6. Б.М. Будаг, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. «Сборник задач по математической физике». М., Наука, 2008.

Дополнительная литература:

1. Владимиров В.С. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2008.
2. Бицадзе А.В. «Уравнения математической физики». М., Наука, 2007.
3. Несис Е.И. «Методы математической физики». М., Наука, 2008.
4. Владимиров В.С. «Сборник задач по уравнениям математической физики». М., Наука, 2008

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	<u>Exponenta.ru</u>	www.exponenta.ru	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии по популярным математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
2.	<u>Math.ru</u>	www.math.ru	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.

3.	Математика	www.mathematics.ru	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	Математика для студентов и прочее.	www.xplusy.isnet.ru	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.
5.	Российское образование.	www.edu.ru	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Уравнения с частными производными»

Аудитории, оборудованные досками для мела и интерактивными досками; компьютерные классы, оборудованные досками для мела и интерактивными досками для проведения практических занятий, подключенные к сети Интернет; библиотека и читальный зал, подключенные к сети Интернет.

Лист изменений:

Внесены изменения в части пунктов

Протокол заседания кафедры № ___ от « ___ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

_____ / _____ /

(подпись)

(Ф. И. О.)

Изменения одобрены учебно-методическим советом

_____ факультета.

(к которому относится кафедра-составитель)

Протокол заседания № ___ от « ___ » _____ 20__ г.

Председатель учебно-методического совета

_____ / _____ /

(подпись)

(Ф. И. О.)

Изменения одобрены учебно-методическим советом

_____ факультета

(к которому относится данное направление подготовки/специальность)

Председатель учебно-методического совета

_____/_____

(подпись)

(Ф. И. О.)

Изменения одобрены Учебно-методическим советом университета

протокол № _____ от « _____ » _____ 20__ г.

Председатель Учебно-методического совета университета _____/_____

(подпись)

(Ф. И. О.)

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины

«Уравнения с частными производными»

Основной профессиональной образовательной программы академического бакалавриата

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Цель изучения дисциплины	ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Целями освоения дисциплины являются: 1. фундаментальная подготовка в области уравнений в частных производных, находящих применение в механике, физике, технике, биологии, экологии. 2. Овладение аналитическими методами решения краевых задач математической физики. Задачей изучения дисциплины является: овладение основными понятиями, идеями и методами теории уравнений в частных производных.
Место дисциплины в структуре ОПОП	Дисциплина является одной из дисциплин вариативной (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 01.03.01. «Математика». Базовые дисциплины (с указанием тем и основных понятий, необходимых для успешного изучения дисциплины): 1) Обыкновенные дифференциальные уравнения – методы решения уравнений первого порядка (метод разделения переменных, метод вариации произвольной постоянной), задача Коши для линейных уравнений первого и второго порядка с постоянными коэффициентами, уравнение Эйлера. 2) Алгебра - приведение квадратичной формы к каноническому виду (метод Лагранжа, метод Якоби), закон инерции. 3) Математический анализ – непрерывные функции; кусочно-непрерывные функции; криволинейные координаты; замена

	<p>переменных; частные производные; неявные функции; дифференцирование неявных функций, поверхностные интегралы; формула Остроградского-Гаусса; интегралы, зависящие от параметра; несобственные интегралы; функциональные ряды; признаки сходимости ряда; ряды и интегралы Фурье; кратные интегралы; производная по направлению, градиент, дивергенция, оператор Лапласа.</p> <p>4) Функциональный анализ - собственные значения и собственные функции, линейные операторы; ортогональные системы функций; полные системы функций; пространство функций $L_2(G)$.</p> <p>5) Теория функций комплексного переменного - гармонические и аналитические функции, вычисление интегралов с помощью вычетов.</p> <p>б) Физика - закон Гука, равнодействующая сил, законы Ньютона; закон сохранения энергии, закон внутренней теплопроводности в твердых телах (закон Фурье), закон конвективного теплообмена на границе двух сред (закон Ньютона), закон диффузии (закон Нернста).</p> <p>Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы для успешного освоения таких дисциплины, как «Численные методы», «Математические модели в экологии», а также при выполнении научно-исследовательской работы в области математического моделирования физических, биологических, экологических, экономических, социальных и других процессов живой и неживой природы.</p>
<p>Компетенции, формируемые в результате освоения учебной дисциплины</p>	<p>Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций:</p> <p>ПК-2- способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;</p> <p>ПК-9 -способностью к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика информатика) (ПК-9);</p>

<p>Знания, умения и навыки, получаемые в процессе изучения дисциплины</p>	<p>В результате освоения дисциплины обучающийся должен</p> <p>знать:</p> <p><u>способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирования задач различных групп (ПК-2);</u></p> <p><u>задачи учебных курсов на всех уровнях образования, основные нормативные документы (ПК-9);</u></p> <p>уметь:</p> <p><u>выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике(ПК-2);</u></p> <p><u>строить основные учебные стратегии (умения учиться), приемы самостоятельной работы с учебным материалом, типологию заданий, направленных на проверку и закрепление пройденного материала(ПК-9);</u></p> <p>владеть/быть в состоянии продемонстрировать:</p> <p><u>возможности современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественно-научное содержание (ПК-2);</u></p> <p><u>способностью ориентироваться в современных технологиях организации учебного процесса и технологиях оценки достижений обучающихся на различных этапах обучения (ПК-9).</u></p>
<p>Содержание дисциплины</p>	<p>Раздел 1. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; постановка краевых задач, их физическая интерпретация.</p> <p>Раздел 2. Теорема Коши-Ковалевской; понятие характеристического направления, характеристики; приведение к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.</p> <p>Раздел 3. Волновое уравнение; энергетические неравенства; единственность решения задачи Коши и смешанной задачи; вывод формул Кирхгофа и Пуассона, исследование этих формул; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье. Уравнения Лапласа и Пуассона; формулы Грина;</p>

	<p>фундаментальное решение оператора Лапласа; потенциалы; свойства гармонических функций; единственность решений основных краевых задач для уравнения Лапласа; функция Грина задачи Дирихле; решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре; единственность решения внешней задачи Дирихле; обобщенные решения краевых задач.</p> <p>Раздел 4. Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построения решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.</p> <p>Раздел 5. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.</p>				
<p>Объем дисциплины и виды учебной работы</p>	<p>Вид учебной работы</p>	<p>Всего часов</p>	<p>6 семестр</p>		
	<p>Общая трудоемкость дисциплины</p>	<p>180(5з.е.)</p>	<p>180(5 з.е.)</p>		
	<p>Аудиторные занятия</p>	<p>92/30</p>	<p>92/30</p>		
	<p>Лекции</p>	<p>54/18</p>	<p>54/18</p>		
	<p>Практические занятия (ПЗ)</p>	<p>36/12</p>	<p>36/12</p>		
	<p>Контроль самостоятельной работы (КСР)</p>	<p>2</p>	<p>2</p>		
	<p>Самостоятельная работа</p>	<p>88</p>	<p>88</p>		
<p>Формы текущего и рубежного контроля</p>	<p>Домашние задания, тесты, контрольные работы, рефераты и конспекты по самостоятельной работе, вопросы для самопроверки и к зачету.</p>				
<p>Форма промежуточного контроля</p>	<p>6 семестр – дифф. зачет</p>				