

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ХИМИКО-БИОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА БИОЛОГИИ**

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы
_____/проф. А.М.Плиева
«21» мая 2024г.

И.о. декана химико-биологического
факультета _____/М.К. Дакиева
«23» мая 2024г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине**

Б1.О.04 «Математическое моделирование биологических процессов»

Направление подготовки (магистратура)
06.04.01 Биология

Направленность (профиль подготовки)
Общая биология

Квалификация выпускника
Магистр

Форма обучения
Очная

Разработчик:
к.м.н., доцент М.Д.Султыгов

г. Магас, 2024

1. Цели освоения дисциплины

Основной целью дисциплины «Математическое моделирование биологических процессов» является овладение студентами необходимым и достаточным уровнем компетенций для решения задач в различных областях профессиональной, научной, культурной и бытовой сфер деятельности на основе изучения методов математического моделирования биологических процессов и систем.

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.Образование	A	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса и общеобразовательных программ в образовательных организациях высшего образования	7	Общепедагогическая функция. Обучение Воспитательная деятельность Развивающая деятельность	01	7
02.010 Специалист по промышленной фармации в области исследований лекарственных средств	C	Руководство работами по исследованиям лекарственных средств	7	Руководство работами по фармацевтической разработке	C/01.7	7
15.004 Специалист по водным биоресурсам и аквакультуре	D	Мониторинг водных биологических ресурсов и среды их обитания и управление ими	7	Проведение мониторинга среды обитания водных биологических ресурсов по гидробиологическим показателям в процессе оперативного управления водными биоресурсами и объектами аквакультуры	D/03.6	7
				Проведение мониторинга качества и безопасности водных биологических ресурсов, среды их обитания и продуктов из них по микробиологическим показателям в процессе оперативного	D/04.6	7

				управления водными биоресурсами и объектами аквакультуры		
				Проведение мониторинга водных биологических ресурсов по результатам ихтиологических исследований в процессе оперативного управления водными биоресурсами и объектами аквакультуры	D/06.6	7
26.008 Специалист в области экологических биотехнологий	С	Разработка технологии переработки отходов с использованием биотехнологий	7	Разработка технологии глубокой переработки отходов пищевой промышленности с использованием биотехнологий	C/01.7	7
				Разработка технологии глубокой переработки отходов лесопромышленного комплекса с использованием биотехнологий	C/02.7	7
				Разработка технологии глубокой переработки отходов сельского хозяйства с использованием биотехнологий	C/03.7	7

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО магистратуры по направлению подготовки 06.04.01. «Биология»

Дисциплина «Математическое моделирование биологических процессов» относится к дисциплинам базовой части основной профессиональной образовательной программы магистратуры по направлению подготовки 06.04.01 Биология, изучается в 2 семестре.

Для изучения дисциплины «Математическое моделирование биологических процессов» студенту необходимы знания по курсу «Компьютерные технологии в биологии».

Связь дисциплины «Математическое моделирование биологических процессов» с предшествующими дисциплинами и сроки их изучения

Таблица 2.1.

Код дисциплины	Дисциплины, предшествующие дисциплине «Математическое моделирование биологических процессов»	Семестр
Б1.О.03	Компьютерные технологии в биологии	1

3. Результаты освоения дисциплины (модуля) «Математическое моделирование биологических процессов»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Таблица 3.1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
Универсальные компетенции (УК) и индикаторы их достижения:			
УК-1.	УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1. Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними;	Знать: основы критического анализа и синтеза информации. Уметь: выделять базовые составляющие поставленных задач. Владеть: методами анализа и синтеза в решении задач.
Общепрофессиональные компетенции (ОПК) и индикаторы их достижения:			
ОПК-3	ОПК-3. Способен использовать философские концепции естествознания и понимание современных биосферных процессов для системной оценки и прогноза развития сферы профессиональной деятельности.	ОПК-3.2. Умеет применять методы системного анализа для оценки экологических последствий антропогенной деятельности; ОПК-3.3. Владеет методологией прогнозирования экологических последствий развития избранной профессиональной сферы, имеет опыт выбора путей оптимизации технологических решений с позиций экологической безопасности.	Знать: типы динамического поведения биологических систем Уметь: излагать и критически анализировать базовую информацию в области математического моделирования биологических процессов; Владеть: базовой терминологией в области математического моделирования биологических процессов.

ОПК-7	ОПК-7. Способен в сфере своей профессиональной деятельности самостоятельно определять стратегию и проблематику исследований, принимать решения, в том числе инновационные, выбирать и модифицировать методы, отвечать за качество работ и внедрение их результатов, обеспечивать меры производственной безопасности при решении конкретной задачи.	ОПК-7.1. Определяет цели и задачи исследования, выбирает методы для проведения научного исследования по актуальной проблеме в соответствии со сферой профессиональной деятельности	Знать: основные подходы, используемые для создания моделей сложных биологических системы процессов Уметь: решать дифференциальные уравнения; применять математический аппарат для построения кинетических моделей биологических процессов. Владеть: методом качественного исследования динамических моделей биологических систем;
--------------	---	---	--

4.1. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Учебным планом направления подготовки 06.04.01. Биология по дисциплине «Математическое моделирование биологических процессов» предусматривается самостоятельная работа студента, которая выполняется следующими видами самостоятельной работы: написание контрольной работы по дисциплине, подготовка и написание реферата.

4.1.1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. При изучении дисциплины предусматривается самостоятельная работа студентов (СРС). Она включает изучение материалов лекций и вопросов, обсуждаемых на лекциях и практических занятиях, детальную проработку отдельных вопросов по некоторым разделам дисциплины. СРС в целом ориентирована на анализ литературы и умение применять полученные знания при решении профессиональных задач. В перечень вопросов, выносимых на зачет, включены и вопросы, рекомендованные для самостоятельного изучения. Такая работа дает возможность студентам получить навыки работы с конспектом лекций, рекомендуемой литературой, а также анализировать полученные данные, связывать имеющиеся знания с новыми, усваивать методы изучения объектов и правильного оформления результатов исследований, овладевать методами и структурой изложения (как в письменной, так и в устной форме). Самостоятельная работа студентов составляет 38 ч. из 72 ч. общей трудоемкости. Задания, предусмотренные для самостоятельного выполнения, включают: подготовку к вопросам (см. Вопросы для СРС), на которые студент отвечает устно, выполнение самостоятельной научной работы с представлением доклада, реферата и презентации, работа с терминами (сдать в конце модуля). Цель самостоятельной работы студентов (СРС) - научить студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией,

заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свою квалификацию.

Виды и порядок выполнения самостоятельной работы:

1. Изучение рекомендованной литературы
2. Поиск дополнительного материала
3. Подготовка к решению тестовых заданий, решению ситуационных задач
4. Самостоятельная работа по заранее выбранной теме
5. Подготовка к зачету

4.1.2. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Общие указания

Контрольная работа – самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала. Перечень тем разрабатывается преподавателем.

Цель выполняемой работы:

- получить специальные знания по выбранной теме;

Основные задачи выполняемой работы:

- 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
- 2) выработка навыков самостоятельной работы;
- 3) выяснение подготовленности студента к изучению следующей темы.

Весь процесс написания контрольной работы можно условно разделить на следующие этапы:

- а) выбор темы и составление предварительного плана работы;
- б) сбор научной информации, изучение литературы;
- в) анализ составных частей проблемы, изложение темы;
- г) обработка материала в целом.

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций, прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке контрольной работы, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

Требования к содержанию контрольной работы

В содержании контрольной работы необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме, но при этом следует правильно пользоваться первоисточниками, избегать чрезмерного цитирования. При использовании цитат необходимо указывать точные ссылки на используемый источник: указание автора (авторов), название работы, место и год издания, страницы.

В процессе работы над первоисточниками целесообразно делать записи, выписки абзацев, цитат, относящихся к избранной теме. При изучении специальной юридической литературы (монографий, статей, рецензий и т.д.) важно обратить внимание на различные точки зрения авторов по исследуемому вопросу, на его приводимую аргументацию и выводы, которыми опровергаются иные концепции.

Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для раскрытия темы контрольной работы. Если в период написания контрольной работы были приняты новые нормативно-правовые акты, относящиеся к излагаемой теме, их необходимо изучить и использовать при её выполнении.

В конце контрольной работы приводится полный библиографический перечень использованных нормативно-правовых актов и специальной литературы. Данный список условно можно подразделить на следующие части:

1. Нормативно-правовые акты (даются по их юридической силе).
2. Учебники, учебные пособия.
3. Монографии, учебные, учебно-практические пособия.
4. Периодическая печать.

Первоисточники 1,2,3,4 даются по алфавиту.

Оформление библиографических ссылок осуществляется в следующем порядке:

1. Фамилия и инициалы автора (коллектив авторов) в именительном падеже. При наличии трех и более авторов допускается указывать фамилии и инициалы первых двух и добавить «и др.». Если книга написана авторским коллективом, то ссылка делается на название книги и её редактора. Фамилию и инициалы редактора помещают после названия книги.

2. Полное название первоисточника в именительном падеже.

3. Место издания.

4. Год издания.

5. Общее количество страниц в работе.

Ссылки на журнальную или газетную статью должны содержать кроме указанных выше данных, сведения о названии журнала или газеты.

Ссылки на нормативный акт делаются с указанием Собрания законодательства РФ, исключение могут составлять ссылки на Российскую газету в том случае, если данный нормативный акт еще не опубликован в СЗ РФ.

Ссылки на используемые первоисточники можно делать в конце каждой страницы, либо в конце всей работы, нумерация может начинаться на каждой странице.

Структурно контрольная работа состоит только из нескольких вопросов (3-6), без глав. Она обязательно должна содержать теорию и практику рассматриваемой темы.

Порядок выполнения контрольной работы

Контрольная работа излагается логически последовательно, грамотно и разборчиво.

Она обязательно должна иметь титульный лист. Он содержит название высшего учебного заведения, название темы, фамилию, инициалы, учёное звание и степень научного руководителя, фамилию, инициалы автора, номер группы.

На следующем листе приводится содержание контрольной работы. Оно включает в себя: введение, название вопросов, заключение, список литературы.

Введение должно быть кратким, не более 1 страницы. В нём необходимо отметить актуальность темы, степень ее научной разработанности, предмет исследования, цель и задачи, которые ставятся в работе. Изложение каждого вопроса необходимо начать с написания заголовка, соответствующему оглавлению, который должен отражать содержание текста. Заголовки от текста следует отделять интервалами. Каждый заголовок обязательно должен предшествовать непосредственно своему тексту. В том случае, когда на очередной странице остаётся место только для заголовка и нет места ни для одной строчки текста, заголовки нужно писать на следующей странице.

Излагая вопрос, каждый новый смысловой абзац необходимо начать с красной строки. Закончить изложение вопроса следует выводом, итогом по содержанию данного раздела.

Изложение содержания всей контрольной работы должно быть завершено заключением, в котором необходимо дать выводы по написанию работы в целом.

Страницы контрольной работы должны иметь нумерацию (сквозной). Номер страницы ставится внизу в правом углу. На титульном листе номер страницы не ставится. Оптимальный объём контрольной работы 10-15 страниц машинописного текста (размер шрифта 12-14) через полуторный интервал на стандартных листах формата А-4, поля: верхнее –15 мм, нижнее – 15мм, левое –25мм, правое –10мм.

В тексте контрольной работы не допускается произвольное сокращение слов (кроме общепринятых).

Срок выполнения контрольной работы определяется преподавателем. По результатам проверки контрольная работа оценивается на 2-5 баллов. В случае отрицательной оценки, студент должен ознакомиться с замечаниями и, устранив недостатки, повторно сдать работу на проверку.

4.2. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

Таблица 6.2.

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Контрольная работа	Введение в курс математическое моделирование биологических процессов	УК-1, ОПК-3, ОПК-7
2.	Реферат	Составление вариационных рядов Расчет точечных характеристик выборочной совокупности Вычисление доверительных интервалов статистических параметров Статистические гипотезы и их проверка Расчет показателей корреляции Основы дисперсионного анализа	УК-1, ОПК-3, ОПК-7
3.	Зачет	Составление вариационных рядов Расчет точечных характеристик выборочной совокупности Вычисление доверительных интервалов статистических параметров Статистические гипотезы и их проверка Расчет показателей корреляции Основы дисперсионного анализа	УК-1, ОПК-3, ОПК-7

4.2.1. Текущий контроль успеваемости проводится в форме контрольной работы и тестирования.

При проведении практических занятий после завершения изучения конкретного модуля предусмотрен текущий контроль. Всем задачам пособия, в зависимости от их сложности, присвоена балльная оценка. Модуль считается успешно освоенным, если студент набрал при решении задач не меньше указанного в таблице количества баллов.

№	Модуль	Сумма баллов
1	Составление вариационных рядов	100
2	Расчет точечных характеристик выборочной совокупности	580
3	Вычисление доверительных интервалов статистических параметров	335
4	Статистические гипотезы и их проверка	830
5	Расчет показателей корреляции	700
6	Основы дисперсионного анализа	410

При самостоятельном изучении курса необходимое число баллов по всем модулям для получения зачета составляет 3000.

МОДУЛЬ 1. Задачи для самостоятельного решения.

1. На свиноферме зарегистрировано 68 опоросов. Количество поросят, полученных от каждой свиноматки, варьировало следующим образом:

8	10	6	10	8	5	9	7	8	7	11	8	9	9	7	10	6
8	7	8	11	8	7	10	8	8	5	11	8	10	12	7	5	7
9	7	10	5	8	9	7	12	8	9	6	7	8	7	11	8	6
7	9	10	9	8	7	5	10	5	5	5	9	10	8	9	6	6

Сгруппируйте данные в вариационный ряд. Отобразите данные графически (10 баллов).

2. Было подсчитано число лучей в хвостовых плавниках камбалы:

53	51	52	55	56	49	51	52	54	56
54	53	52	53	51	55	53	55	53	54
51	51	56	54	54	53	54	54	55	53
52	55	53	54	56	53	52	56	52	52
56	55	50	52	49	54	54	55	54	55

Представьте данные в виде вариационного ряда, отобразите данные графически (10 баллов).

3. На основании многолетних клинических наблюдений, проводившихся в Сухумском питомнике обезьян, составлена следующая выборка, включающая 100 анализов на содержание кальция (мг %) в сыворотке крови павианов:

13,6	12,9	12,3	9,9	12,7	11,7	10,8	10,4	10,9	10,2
14,7	10,4	11,6	11,7	12,1	10,9	12,1	9,2	10,7	11,5
13,1	10,9	12,0	11,1	13,5	11,2	13,5	10,1	14,0	10,0
11,6	12,4	11,9	11,4	12,8	11,4	10,9	12,7	13,8	13,2
11,9	10,8	11,0	12,6	10,0	10,3	12,7	11,7	12,1	13,8
12,2	11,9	11,6	10,6	11,1	10,7	12,3	11,5	11,2	11,5
12,7	10,5	11,2	11,9	9,7	13,0	9,6	12,5	11,6	9,0
11,5	12,3	12,8	12,6	12,8	12,5	12,8	11,4	12,5	12,3
14,5	12,3	12,6	11,7	12,2	12,3	11,6	12,0	13,5	12,5
11,6	11,9	12,0	11,4	14,7	11,3	13,2	14,3	13,2	14,2

Составьте вариационный ряд и отобразите данные графически (10 баллов).

4. Пять доярок в течение 1 ч надоили следующее количество молока: первая – 10 л; вторая – 20 л; третья – 25 л; четвертая – 30 л; пятая – 20 л. Всего 105 л за 1 час. Отобразите эти данные графически. (5 баллов).

5. У валахских овец была измерена длина правого уха (в см):

4	5	4	5	5	4	5	4	3	5
6	1	6	4	4	4	5	5	3	4
6	4	6	2	3	4	5	5	5	7

Представьте данные в виде вариационного ряда. Отобразите данные графически (10 баллов)

6. Представьте в виде вариационного ряда и графически данные о длине листьев садовой земляники (в см):

8,2	9,7	5,6	7,4	8,0	6,4	6,6	6,8	8,4	7,1	7,2	9,2	10,0	9,3	7,5
9,0	6,0	7,6	8,1	11,8	5,8	9,3	7,3	8,2	7,2	6,4	7,7	7,5	8,1	8,4
7,2	6,4	7,7	9,0	8,1	7,1	7,1	8,8	7,5	9,2	7,2	6,9	6,4	5,6	9,2

(10 баллов).

7. Измеряли длину хвоста (в мм) у оленьих мышей *Peromyscus maniculatus* в возрасте одного года:

58	57	64	61	56	65	63	58	63	57	59	60	59
60	59	61	54	58	66	67	63	63	63	59	60	63
61	60	58	57	65	61	60	68	64	60	54	62	63
63	56	59	64	61	64	57	60	63	59	63	64	63
58	52	60	59	57	61	54	58	64	62	57	62	62
62	59	60	63	60	60	64	59	63	63	52	63	61

Составьте вариационный ряд и его графическое отображение. Обратите внимание на количество необходимых классов и размеры классового интервала (10 баллов).

8. Ширина верхнего последнего коренного зуба у ископаемого млекопитающего *Acropithecus rigidus* была следующей (в мм):

5,8	6,2	6,3	6,1	6,1	5,7	5,7	6,1
6,5	6,0	6,1	5,8	6,3	6,2	5,9	
6,2	5,4	5,9	6,0	5,7	5,9	6,1	
6,1	6,7	6,2	6,5	6,2	6,1	5,9	
6,2	5,7	6,1	5,7	5,9	6,0	6,0	

Составьте вариационный ряд и постройте гистограмму. Какие размеры классового интервала следует выбрать при составлении данного ряда? (10 баллов).

9. Длина тела у экземпляров плотвы озера Карабулак была следующей (в мм):

143	157	148	153	150	142	164	139	139	140
143	120	144	130	138	124	127	137	139	129
128	119	120	138	130	114	126	138	117	132
130	145	140	153	137	142	145	137	141	107

Составьте вариационный ряд и изобразите его графически (гистограмма, кумулята) (10 баллов)

10. Количество язычковых цветков в соцветиях нивяника обыкновенного в зависимости от условий произрастания следующие:

Сухой луг	21	23	23	20	18	21	25	19	29	24
	23	21	27	21	20	20	8	16	24	21
Сырой луг	25	20	25	26	21	24	16	23	28	28
	32	23	26	22	29	34	27	28	25	28
Опушка леса	21	22	24	26	23	24	21	28	30	21

	20	21	22	23	18	29	24	20	24	24
--	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Составьте вариационные ряды и начертите их графики (10 баллов).

11. В течение нескольких сезонов производился лов ночных бабочек на световые ловушки. Количество пойманных экземпляров на одну ловушку после завершения исследований составило: 281, 528, 432, 518, 618, 193, 248, 377, 396, 335, 238, 388, 495, 423, 222, 233, 344, 387, 330, 199, 372, 712, 413, 217, 263, 340, 358, 313, 219, 366, 469, 153, 282, 293, 344, 350, 267, 203, 348, 453, 198, 265, 366, 374, 303, 281, 528, 432, 518, 618, 193, 248, 377, 396, 335, 238, 388, 495, 423, 222, 233, 344, 387, 330, 199, 372, 712, 413, 217, 263, 340, 358, 313, 219, 366, 469, 153, 282, 293, 344, 350, 267, 203, 348, 453, 198, 265, 366, 374, 303, 281, 528, 432, 518, 618, 193, 248, 377, 396, 335, 238, 388, 495, 423, 222, 233, 344, 387, 330, 199, 372, 712, 413, 217, 263, 340, 358, 313, 219, 366, 469, 153, 282, 293, 344, 350, 267, 203, 348, 453, 198, 265, 366, 374, 303. Постройте ранжированный вариационный ряд и его графическое выражение (30 баллов).

12. Проводилось измерение высоты (см) всходов пшеницы на 30-день после появления всходов. Измерение проводилось в двух повторностях с разным объемом выборки. Получены следующие данные:

Первая повторность - 15, 12, 10, 7, 5, 13, 40, 22, 25, 15, 15, 14, 14, 5, 15, 16, 16, 25, 13, 40, 22, 25, 15, 15, 15, 12, 10, 7, 5, 12, 10, 7, 5, 13, 40, 22, 31, 27, 21, 15, 10, 34, 40, 45, 49, 32, 30, 28, 27, 10, 30, 32, 34, 51, 34, 40, 45, 49, 32, 30, 31, 27, 21, 15, 10, 15, 10, 34, 40, 45, 49, 32, 30, 28, 31, 27, 21, 15, 10, 34, 40, 45, 49, 32, 30, 28, 27, 10, 30, 32, 34, 51, 34, 40, 45, 49, 32, 30, 31, 27, 21, 15, 10, 15, 10, 34, 40, 45, 49, 32, 30, 28;

Вторая повторность - 12, 7, 13, 22, 15, 14, 5, 16, 25, 40, 25, 15, 12, 7, 12, 7, 13, 22, 27, 15, 34, 45, 32, 28, 10, 32, 51, 40, 49, 30, 27, 15, 15, 34, 45, 32, 28, 27, 15, 34, 40, 49, 30, 27, 30, 34, 34, 45, 32, 31, 21, 10, 10, 40, 49, 30.

Постройте вариационный ряд, его графическое выражение. Сравните полученные результаты (20 баллов).

МОДУЛЬ 2. Задачи для самостоятельного решения.

1. В результате подсчета количества лепестков в цветках седмичника был построен следующий вариационный ряд:

x_i	5	6	7	8
f_i	1	31	130	2

Определите среднее количество лепестков и их варьирование в цветках седмичника. Отобразите данные графически (15 баллов)

2. В результате измерения длины бобов фасоли (в мм) был построен следующий вариационный ряд (x_i – середина классового интервала):

x_i	17	19	21	23	25	27	29	31	33
f_i	10	44	122	160	128	64	25	5	1

Найдите выборочные среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонение для этого вариационного ряда (15 баллов).

3. В результате измерения высота лапландской сосны (в дм) был построен следующий вариационный ряд (x_i – середина классового интервала):

x_i	45	65	85	105	125	145	165	185	205
f_i	1	4	12	10	20	23	20	8	2

Определите среднюю высоту лапландской сосны. Вычислите ошибку средней и ошибку дисперсии для этой выборочной совокупности (15 баллов).

4. В результате подсчета числа чашелистиков в цветках лютика ползучего был построен следующий вариационный ряд:

x_i	3	4	5	6	7
f_i	1	20	959	18	2

Вычислите выборочные среднюю арифметическую, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Определите ошибку средней, ошибку дисперсии (15 баллов).

5. В результате определения массы зерен пшеницы - ежовки (в мг) был построен следующий вариационный ряд:

x_i	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
f_i	3	21	48	86	56	9	3

Какова средняя масса зерен пшеницы - ежовки? Определите ошибку средней и ошибку дисперсии для данной выборки (20 баллов).

6. В результате подсчета числа цветков ландыша на одном стебле был построен следующий вариационный ряд:

x_i	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_i	3	46	270	430	280	96	27	5	1

Какое количество цветков, в среднем, находится на стебле ландыша? Рассчитайте ошибку средней и ошибку дисперсии (15 баллов).

7. Измеряли длину хвоста (в мм) у оленых мышей *Peromyscus maniculatus* в возрасте одного года. Вычислите выборочные среднюю арифметическую, дисперсию, среднее квадратическое отклонение для следующей выборочной совокупности:

58	57	64	61	56	65	63	58	63	57	59	60	59
60	59	61	54	58	66	67	63	63	63	59	60	63
61	60	58	57	65	61	60	68	64	60	54	62	63
63	56	59	64	61	64	57	60	63	59	63	64	63
58	52	60	59	57	61	54	58	64	62	57	62	62

62	59	60	63	60	60	64	59	63	63	52	63	61
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(15 баллов).

8. На телятах холмогорских помесей были получены следующие среднесуточные привесы (в г): 700; 667; 765; 733; 857; 423; 633; 566; 706; 518; 766; 520. Рассчитайте точечные характеристики для данной выборочной совокупности (15 баллов).

МОДУЛЬ 3. Задачи для самостоятельного решения.

1. Средний процент жира в молоке за лактацию коров холмогорских помесей был следующим: 3,4; 3,6; 3,2; 3,1; 2,9; 3,7; 3,2; 3,6; 4,0; 3,4; 4,1; 3,8; 3,4; 4,0; 3,3; 3,7; 3,5; 3,6; 3,4; 3,8. Установите доверительные интервалы для генеральной средней при доверительной вероятности 95% (20 баллов).

2. На 400 растениях гибридной ржи первые цветки появились в среднем на 70,5 день после посева. Среднее квадратическое отклонение было 6,9 дня. Определите ошибку средней и доверительные интервалы для генеральной средней и дисперсии при уровне значимости $W = 0,05$ и $W = 0,01$ (25 баллов).

3. При изучении длины листьев 502 экземпляров садовой земляники были получены следующие данные: $\bar{X} = 7,86$ см; $\sigma = 1,32$ см, $s_x = \pm 0,06$ см. Определите доверительные интервалы для средней арифметической генеральной совокупности с уровнями значимости 0,01; 0,02; 0,05. (25 баллов).

4. При обследовании 150 взрослых мужчин средний рост был равен 167 см, а $\sigma = 6$ см. В каких пределах находится генеральная средняя и генеральная дисперсия с доверительной вероятностью 0,99 и 0,95? (25 баллов).

5. Распределение кальция в сыворотке крови обезьян характеризуется следующими выборочными показателями: $\bar{X} = 11,94$ мг%, $\sigma = 1,27$, $n = 100$. Постройте 95%-ный доверительный интервал для генеральной средней этого распределения. Рассчитайте коэффициент вариации (25 баллов).

6. Было изучено общее содержание азота в плазме крови крыс-альбиносов в возрасте 37 и 180 дней. Результаты выражены в граммах на 100 см³ плазмы. В возрасте 37 дней 9 крыс имели: 0,98; 0,83; 0,99; 0,86; 0,90; 0,81; 0,94; 0,92; 0,87. В возрасте 180 дней 8 крыс имели: 1,20; 1,18; 1,33; 1,21; 1,20; 1,07; 1,13; 1,12. Установите доверительные интервалы для разницы с доверительной вероятностью 0,95 (50 баллов).

7. Определите границы 95%-ного доверительного интервала для генеральной дисперсии распределения кальция (мг%) в сыворотке крови обезьян, если для этого распределения объем выборки $n = 100$, статистическая ошибка выборочной дисперсии $s_{\sigma^2} = 1,60$ (40 баллов).

8. Определите границы 95%-ного доверительного интервала для генеральной дисперсии распределения 40 колосков пшеницы по длине ($\sigma^2 = 40,87$ мм²). (25 баллов).

МОДУЛЬ 4. Задачи для самостоятельного решения.

1. У серебристо-черных лисиц в одной из подмосковных звероферм в течение ряда лет подсчитывалось количество желтых тел в яичниках:

1935 г.	5	3	8	4	6	4	5	9	5	
	5	4	3	5	5	5	5	7	4	
	5	7	5	3	3	5	4	5	4	
1962 г.	6	7	4	5	5	6	7	5	6	8
	7	7	5	6	4	5	7	5	6	4
	5	7	6	5	5	5	6	6	6	5
	6	8	7	7	6	6	6	7	7	6

	5	9	8	8	5	8	5	6	7	
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--

Можно ли утверждать, что различие по числу желтых тел на самку по годам достоверно? (30 баллов).

2. Были получены следующие данные о массе тушканчиков (*Dipus aegiptis*):

Масса самцов, г	186	190	165	182	182	182	180
	173	157	179	164	146	173	144
	156	156	165	160	160	161	144
	153	152	151	173			
Масса самок, г	162	163	190	188	147	146	145
	157	162	186	157	147	145	145
	155	174	180	148	175	145	144
	153	165	141	164			

Отличаются ли достоверно ($P = 0,99$) самки от самцов по массе? Можно ли считать, что средняя масса самцов не превышает 200 г, а самки – 190 г? (35 баллов).

4. Температура тела у самцов и самок тушканчиков оказалась следующей:

Температура самцов, °C	37,5	37,9	37,4	37,8	36,8	37,8	37,5
Температура самок, °C	37,8	38,1	37,0	37,5	37,7	37,8	37,6

Можно ли утверждать, что отличие по температуре тела самцов от самок достоверно? (30 баллов).

МОДУЛЬ 5. Задачи для самостоятельного решения.

1. Длина (мм) первого (x) и второго (y) молярного зубов у ископаемого млекопитающего *Rhencodus primaevus* оказалась следующей:

x	10,7	10,8	10,6	11,4	12,1	12,3	12,9	12,8	13,1	13,3	13,3	13,4	13,5
y	11,2	10,5	9,6	11,2	11,3	13,4	12,6	12,2	12,0	11,2	11,4	11,3	13,6

Определите тесноту и направление связи между длиной первого и второго зубов у *Rhencodus primaevus*. Оцените его достоверность и установите доверительные границы при $P = 0,99$ (40 баллов).

2. У окуня озера Баторино были измерены длина головы x и длина грудного плавника y :

x	66	61	67	73	51	59	48	47	58	44	41	54	52	47	51	45
y	38	31	36	43	29	33	28	25	36	26	21	30	28	27	28	26

Позволяют ли полученные данные говорить о существовании связи между этими признаками? (35 баллов).

МОДУЛЬ 6. Задачи для самостоятельного решения.

1. На опытном участке агростанции изучали влияние различных способов внесения органических удобрений на урожай зеленой массы кукурузы. Опыт проводили на 10-метровых делянках в трех вариантах, не считая контроля. Каждый вариант опыта имел трехкратную повторность.

Результаты опыта приведены в таблице:

Варианты опыта	Урожай по повторностям, кг			Средний урожай
	1	2	3	
Контроль	21,2	28,0	31,2	26,8
Удобрения помещали:				
ниже семян на 4 см	23,6	22,6	28,0	24,7

в стороне от семян на 4 см	24,0	30,0	29,2	27,7
выше заделки семян на 4 см	29,2	28,0	27,0	28,1

Определите, достоверны или случайны различия между средними арифметических групп? (40 баллов).

2. Изучали продолжительность развития эмбрионов кроликов разных пород:

Породы	Продолжительность развития отдельных крольчат, день									
Альбиносы	30	36	31	30	34	32	34	32	33	32
	35	32	31	33	33	35	31	33	32	33
Шиншилла	31	32	30	34	32	31	30	31	30	31
	30	32	31	32	30	31	33	32	32	33
Голландские	30	29	30	31	30	30	30	31	31	31
	30	31	29	32	31	31	30	31	31	31
Польские	30	31	29	30	29	30	29	31	29	30
	30	30	31	30	30	30	31	30	31	30

Влияет ли породность на продолжительность развития эмбрионов? (40 баллов).

3. У кубышки (*Nuphar*) четыре раза в сутки в десятикратной повторности определяли содержание каротиноидов:

Часы суток	Повторность									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18	1,42	1,30	1,68	1,59	1,49	1,62	1,36	1,26	1,58	1,66
24	1,45	1,38	1,49	1,71	1,54	1,57	1,34	1,32	1,66	1,39
6	1,48	1,42	1,58	1,67	1,50	1,80	1,35	1,36	1,67	1,49
12	1,43	1,38	1,47	1,33	1,22	1,35	1,10	1,08	1,34	1,11

Влияет ли время суток на содержание каротиноидов в листьях кубышки? (40 баллов).

4.2.2 Итоговый контроль проводится в форме зачета по перечню вопросов.

Примерные вопросы на зачет

1. Что такое статистическая совокупность?
2. Чем отличается выборочная совокупность от генеральной?
3. Что такое варианты или дата?
4. Какими могут быть отличия между отдельными вариантами?
5. Каковы принципы группировки данных при качественной изменчивости? При количественной дискретной? При количественной непрерывной изменчивости?
6. На сколько классов надо разбивать фактические данные при количественной изменчивости? Целесообразно ли намечать 10 – 15 классов, когда $n < 100$?
7. Что такое вариационный ряд? Особенности распределения вариантов в вариационном ряду?
8. В чем разница между гистограммой и полигоном распределения?
9. Каковы возможные причины многовершинности вариационных кривых?
10. Какие две группы показателей позволяют характеризовать вариационные ряды?
11. Что такое медиана, мода?
12. Что такое размах варьирования и лимиты?
13. Приведите формулу средней арифметической.
14. Могут ли совпасть значения \bar{x} , Me , Mo ?
15. Каковы свойства средней арифметической?

16. В чем заключается прямой способ вычисления \bar{x} ?
17. Каковы свойства дисперсии?
18. Среднее квадратическое отклонение как мерило изменчивости совокупности. Общая формула для него.
19. Степени свободы. Значение этого показателя при вычислении σ и σ^2 . При каких значениях n более точным является использование числа степеней свободы, а не количества вариант (наблюдений)?
20. Почему \bar{x} и σ являются основными характеристиками вариационного ряда?
21. Какова зависимость между величиной статистической ошибки средней и объемом совокупности?
22. Как формулируется нулевая гипотеза при сравнении двух средних арифметических?
23. Что такое критерий F ?
24. В чем заключается нулевая гипотеза при сравнении дисперсий?
25. Можно ли считать достоверным различие между дисперсиями, если фактическое значение F больше табличного? Если оно меньше табличного?
26. Что такое корреляция?
27. Какая разница между корреляционной и функциональной зависимостью?
28. Какая разница между положительной и отрицательной корреляциями?
29. Что такое корреляционная решетка? Объясните как она строится. Можно ли судить о характере корреляции по расположению данных в корреляционной решетке?
30. Каковы возможные значения коэффициента корреляции? Какие значения коэффициента корреляции следует считать высокими, средними и почему?
31. Всегда ли при $r = 0$ корреляционная связь отсутствует?
32. Чему равен коэффициент корреляции при полной корреляционной связи?
33. В чем заключается сущность дисперсионного анализа?
34. Из каких компонентов складывается фактическое отклонение варианты от средней арифметической при одном контролируемом факторе?
35. Как установить достоверность влияния изучаемого фактора?

Тесты к разделу «Элементы линейной алгебры»

Вариант -1.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2x & -2 \\ 7 & x \end{vmatrix} > 5.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -8 & -13 & -14 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 8 & 12 & 6 \\ 1 & 0 & 5 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B + 2 \cdot C^T = 3 \cdot x$$

Вариант -2.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 9 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 - 3 \cdot A \cdot C = 2 \cdot x^T.$$

Вариант -3.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 7x^2 + 9x - 4 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 8 \\ -1 & 0 & -4 & -1 \\ -2 & -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot E)^2 + C \cdot A = 4 \cdot x^T$$

Вариант -4.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 + 3x - 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A - 2 \cdot B^T = \frac{1}{3} \cdot x.$$

Вариант -5.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -x^2 - 2x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 5 & 7 & -11 \\ 6 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot C)^T + 2 \cdot A = \frac{1}{2} \cdot x$$

Вариант -6.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} ax & a^2 + x^2 & 1 \\ ay & a^2 + y^2 & 1 \\ az & a^2 + z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -3x^2 - 3x + 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (D \cdot A)^T + C = 4 \cdot x$$

Вариант -7

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
- б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} m+a & m-a & a \\ m+a & 2n-a & a \\ a & -a & a \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 9x^2 + 2x + 10 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B^2 + A^T \cdot C^T = E \cdot x$$

Вариант -8.

1. Решить систему линейных уравнений:

- а) методом Крамера;
- б) методом Гаусса;
- в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3xy + z = 8 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 2x \\ 8 & 10 & -1 \\ 2 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

- а) по определению;
- б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -7x^2 - 7x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^T - 3 \cdot C = 5 \cdot x$$

Вариант -9.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ x + y - z = b \\ -x + y + z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 & -8 \\ 6 & -1 & -x \\ 5 & 1 & x+2 \end{vmatrix} = 10.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -9x^2 + 5x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot B)^T - 3 \cdot C = x$$

Вариант -10.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 4 & x+4 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 10 & -9 & x+2 \end{vmatrix} > -3.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -8x^2 - 7x + 3 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Контрольные задания к разделу «Дифференциальные уравнения»:

1. С помощью изоклин изобразить схематически решение уравнения

$$2(y + y') = x + 2.$$

2. Решить уравнения, при необходимости сведя их к уравнениям с разделяющимися переменными

$$1. (x^3 + 2x)y^2 dy = x dx; \quad 2. dy = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} dx; \quad 3. \frac{y'}{y} = x \cos^2 y;$$

$$4. y' x^2 e^y = e^{-y}, y(1) = 0; \quad 5. 2(x + y)dy + (3x + 3y - 1)dx = 0, y(0) = 2.$$

3. Решить однородные уравнения

$$1. x^2 y' - y^2 = 2x^2; \quad 2. xy' = y(\ln y - \ln x); \quad 3. xy dy - y^2 dx = (x + y)^2 e^{-y/x} dx;$$

$$4. y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}; \quad 5. (y^2 - 3x^2)dy + 2xy dx = 0, y(0) = 1.$$

4. Решить уравнения, при необходимости сведя их к линейным

$$1. y' + 2xy = x e^{-x^2}; \quad 2. 2y dx + (y^2 - 6x)dy = 0; \quad 3. xy' = y + x^2 \cos x;$$

$$4. (x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x, y(2) = 1,5; \quad 5. y' + 2xy = x e^{-x^2} \sin x, y(0) = 1.$$

5. Решить уравнение Бернулли

$$1. y' = x^3 y^3 - xy; \quad 2. xy + 2y = x^5 y; \quad 3. 2(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 2.$$

6. Решить уравнение в полных дифференциалах

$$1. (y + \frac{2}{x^2})dx + (x + \frac{3}{y^2})dy = 0; \quad 2. \frac{3x^2 + y}{y^2} dx = \frac{2x^3 + xy + 2y^3}{y^3} dy.$$

7. Найти интегрирующий множитель и общее решение уравнения

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2y dy = 0.$$

8. Определить тип уравнения и указать способ его решения:

$$1. xy' - x e^{x/y} = 2; \quad 2. xy dx + (x + 1)dy = 0; \quad 3. xy' + 3xy^3 = 2y;$$

$$4. dy + (3y - e^{3x})dx = 0; \quad 5. (x^3 + y^2)dx + 2xy dy = 0.$$

9. Найти общее и особое (если оно существует) решения уравнений

$$1. (xy^2 + x)dx + (y^3 - x^3 y^3)dy = 0; \quad 2. xy' + y = y^2; \quad 3. (y^2 - 3x^2)dy + 2xy dx = 0;$$

4. $y' = \frac{y}{x}(1 + \ln y - \ln x)$; 5. $xe^{y^2}dx + (x^2ye^{y^2} + y)dy = 0$.

10. Решить задачу Коши

1. $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}$, $y(0) = \frac{2}{3}$; 2. $3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}$, $y(0) = 1$;

3. $ydx = (3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - x)dy$, $y(16) = \pi$.

11. Решить уравнения

1. $y = x + y' - \ln y'$; 2. $x[(y')^2 - 1] = 2y'$; 3. $y = xy' - (y')^2$.

12. Решить уравнения, понизив их порядок

1. $y'' + 2xy' = 0$; 2. $(y-1)y'' = 2(y')^2$;

3. $y''' + 3y'y'' = 0$; 4. $yy'' = 2x(y')^2$, $y(2) = 2$, $y'(2) = 0,5$.

13. Найти общее решение уравнения

1. $y'' - 2y' + 4y = 0$; 2. $y'' + 6y' + 9y = 0$; 3. $y'' + 4y = 0$.

14. Решить задачу Коши

1. $3y'' - 2y' - 8y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 2$; 2. $y'' + y = 0$, $y(\frac{\pi}{4}) = 2$, $y'(\frac{\pi}{4}) = 1$.

15. Найти общее решение уравнения

$2y'' + y' - y = f(x)$,

если

1. $f(x) = 3x^2 - 1$; 2. $f(x) = 3e^{-x}$; 3. $f(x) = 2 \sin x$; 4. $f(x) = e^x \cos 2x$.

16. Найти решение задачи Коши

$y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \frac{x}{2}$, $y(\frac{\pi}{4}) = 2$, $y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$,

методами Лагранжа и Коши.

17. Найти общее решение

1. $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$; 2. $y^{(4)} - y''' = 5(x+2)^3$;

3. $(4x+3)^2 y'' + (4x+3)y' - 16y = 0$; 4. $x^2 y'' - 3xy' + 3y = -\ln x$.