



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Ингушский государственный университет»

Гуманитарно-технический колледж

СОГЛАСОВАНО

Заведующий информационно-технического
отделения

Баркинхоева М.М. _____

от « 22 » _____ мая _____ 2024г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор ГТК

_____ / Дзауров М.А.

от « 24 » _____ мая _____ 2024г.

Фонд оценочных средств

по учебной дисциплине

ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика

для специальности

09.02.07 Информационные системы и программирование

по программе базовой подготовки

Магас -2024



Фонд оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование дисциплины ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика.

Организация – разработчик: ФГБОУ ВО «Ингушский государственный университет» Гуманитарно – технический колледж

Разработчик: Машхоева М.М., преподаватель информационно-технического отделения

Рассмотрена на заседании информационно-технического отделения

Протокол № 8 от «22» мая 2024 г.

Рассмотрена и одобрена на заседании Методического совета ГТК.

Протокол № 7 от «23» мая 2024 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 Паспорт комплекта контрольно - оценочных средств

- 1.1. Контроль и оценка результатов освоения дисциплины
- 1.2. Формы промежуточной аттестации
- 1.3. Описание процедуры дифференцированного зачёта
- 1.4. Критерии оценки на дифференцированном зачёте

2 Комплект «Промежуточная аттестация»

- 2.1. Типовые практические задания

3 Комплект «Текущий контроль»

- 3.1. Задания для срезов знаний
- 3.2. Тестовые задания
- 3.3. Задания для самостоятельных аудиторных работ
- 3.4. Компьютерные программы для контроля знаний студентов

1 ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Предметом оценки освоения учебной дисциплины (УД) являются умения и знания.

Контроль и оценка этих дидактических единиц осуществляются с использованием следующих форм и методов:

Таблица 1 – Формы и методы контроля и оценки дидактических единиц

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения	Наименование оценочного средства
знания:		
Элементы комбинаторики.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практическая работа 1, срез знаний, устный опрос
Понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практические работы 2 и 7, срез знаний, устный опрос
Алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практические работы 2 и 3, срез знаний, устный опрос
Схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. формулу(теорему) Байеса.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практическая работа 3, срез знаний, устный опрос
Понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практические работы 4 и 5, срез знаний, устный опрос
Законы распределения непрерывных случайных величин.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практическая работа 6, срез знаний, устный опрос
Центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практическая работа 7, срез знаний, устный опрос
Понятие вероятности и частоты.	Текущий контроль и оценка на практических занятиях, фронтальный опрос	практические работы 2-7, срез знаний, устный опрос

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения	Наименование оценочного средства
умения:		
Применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач, пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач.	устный опрос, наблюдение и оценка выполнения заданий на практических занятиях, демонстрация умения применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач заданиях, пользоваться расчетными формулами, таблицами и графиками при решении статистических задач	практические работы, срез знаний, задачи для самостоятельного аудиторного решения и вопросы для опроса
Применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.	наблюдение и оценка выполнения заданий на практических занятиях, демонстрация умения применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа	практические работы, срез знаний, задачи для самостоятельного аудиторного решения и вопросы для опроса

В рамках промежуточной аттестации производится контроль и оценка сформированности элементов компетенций:

Код	Наименование общих компетенций
ОК 1.	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам
ОК 2.	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности
ОК 4.	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами
ОК 5.	Осуществлять устную и письменную коммуникацию
ОК 9.	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности
ОК 10.	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке

Оценка освоения УД предусматривает использование следующих систем оценивания в соответствии с локальным актом ОУ:

- пятибалльная система оценки;

1.2 ФОРМЫ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Таблица 2 - Запланированные формы промежуточной аттестации

№ семестра	Формы промежуточной аттестации	Форма проведения
3	Дифференцированный зачет	По оценкам за практические работы

1.3 ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУРЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ЗАЧЕТА

Процедура дифференцированного зачета устанавливает уровень сформированности следующих умений и усвоения следующих знаний:

В результате освоения дисциплины студент должен уметь:

- Применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач, пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач.
- Применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.

В результате освоения дисциплины студент **должен знать:**

- Элементы комбинаторики.
- Понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность.
- Алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности.
- Схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. формулу(теорему) Байеса.
- Понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики.
- Законы распределения непрерывных случайных величин.
- Центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки.
- Понятие вероятности и частоты.

Обязательное количество выполненных практических работ для студента: 7

Время выполнения:

В течение семестра.

Условия выполнения заданий

Помещение: учебная аудитория по дисциплине «Математика» № 304

Требования охраны труда: инструктаж по технике безопасности

Оборудование: калькуляторы

Перечень справочной и нормативной литературы для использования на экзамене:

1. комплект справочных материалов.

1.4 КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ НА ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМ ЗАЧЕТЕ

Таблица 3 – Критерии оценки на экзамене

Оценка	Показатели оценки
Отлично	Средний балл студента за 7 выполненных практических работ выше 4.5
Хорошо	Средний балл студента за 7 выполненных практических работ выше 3.5
Удовлетворительно	Средний балл студента за 7 выполненных практических работ выше 2.8
Неудовлетворительно	Средний балл студента за 7 практических работ ниже 2,8 или есть не выполненные работы

2.1 ТИПОВЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Экзаменационные билеты пронумерованы от 1 до 35. Какова вероятность того, что наудачу взятый билет имеет номер, кратный пяти?

2. Дано: $M(X)=9$; $M(Y)=4$; $D(X)=5.7$; $D(Y)=2.3$.

Вычислить $M(5)+4D(X-Y)-M(X-2Y)$.

3. В партии из 24 деталей 5 бракованных. Наугад выбирают шесть деталей. Найти вероятность того, что среди этих шести деталей окажутся две бракованные?

4. Две независимые случайные величины заданы законами распределения:

x_i	4	6	8	10
p_i	0,1	0,4	0,2	0,1

y_i	3	4	8
p_i	0,3	0,1	0,6

Вычислить $D(4X-3Y+2)$.

5. Понятие случайной величины. Понятие дискретной случайной величины (ДСВ). Примеры ДСВ. Распределение ДСВ. Графическое изображение распределения ДСВ.

6. В ящике 32 детали из них 8 бракованных. Рабочий наугад берет сначала две детали, а потом одну. Какова вероятность, что в первый раз он вытянул не бракованные, а во второй раз бракованную деталь.

3. Даны возможные значения дискретной случайной величины

X : $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, а также известны величины $M(X) = 1$ и $M(X^2) = 3,8$. Найти вероятности p_1 , p_2 , p_3 .

7. В урне находятся 18 синих и 17 зеленых шаров. Из урны вынимают одновременно два шара. Какова вероятность того, что оба шара зеленые?

8. Дано распределение ДСВ X :

x_i	-2	0	2	5	6
p_i	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$?

Найти $\sigma\sigma(X)$.

9. Карточка «Спортлото» содержит 36 чисел. В тираже участвуют 5 чисел. Какова вероятность того, что верно будет угадано три числа?

3. Дано: $M(X)=4,8$; $M(Y)=-1$; $D(X)=3,14$; $D(Y)=1,25$.

Вычислить $M(X-Y)-D(2X+Y)+D(6)$.

10. В ящике 25 деталей из них 5 бракованных. Рабочий наугад берет сначала две детали, а потом три. Какова вероятность, что в первый раз он вытянул бракованные, а во второй раз не бракованные детали.

11. Дана функция плотности распределения НСВ $f(x) = 3x$ на интервале $(0; 0,6)$ и $f(x) = 0$ вне интервала. Найти M_o , M_e , $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

12. На склад поступили детали с четырех станков. Из них, на первом станке изготовлено – 45 деталей, на втором – 55, на третьем – 60 и на четвертом – 40. Причем, на первом станке было изготовлено 75% деталей первого сорта, на втором – 85%, на третьем – 90% и на четвертом – 80%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь первого сорта?

13. Дана интегральная функция плотности распределения НСВ

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -4 \\ 0,5x + 2, & \text{при } -4 < x \leq -2 \\ 1, & \text{при } x > -2 \end{cases}$$

Найти $f(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

14. В первом ящике имеются 12 зеленых и 9 красных яблок, во втором – 13 зеленых и 11 красных. Наугад выбирают ящик и яблоко. Известно, что вынутое яблоко – зеленое. Найти вероятность того, что был выбран второй ящик.

15. В супермаркете проводились наблюдения над числом покупателей, обратившихся в кассу. Наблюдения дали следующие результаты:

70;75;100;120;75;60;100;120;70;60;65;100;65;100;70;75;60;100;100;120;70;75;70;120;65;70;75;70;100;10

0. Составить дискретный статистический ряд распределения частот и относительных частот. Построить полигон.

16. У трех организаций берут на проверку счета. Первая организация предоставила 11 счетов, вторая – 10 счетов и третья – 9 счетов. Вероятность, что счета оформлены правильно, составляет: у первой организации – 0,75; у второй – 0,85; у третьей – 0,8. Известно, что наугад взятый счет оформлен неправильно. Какова вероятность, что этот счет принадлежит третьей организации.

3. Измерено 30 сопротивлений определенного вида. Были получены следующие результаты: 87, 85, 91, 94, 82, 111, 115, 99, 88, 90, 101, 95, 108, 95, 99, 92, 84, 105, 110, 102, 80, 102, 75, 102, 99, 101, 100, 120, 122, 101. Составить непрерывный статистический ряд распределения частот и относительных. Построить гистограмму.

17. Вероятность попадания баскетболистом в кольцо равна 0,7. Баскетболист выполнил серию из 7 бросков, какова вероятность того, что при этом было 6 попаданий?

18. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 45$. Провести статистическое оценивание по семи пунктам.

x_i	3	5	7	1
n_i		2	1	8
		3	0	3

19. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,69. Найдите вероятность 14 попаданий при 18 выстрелах.

20. Наблюдается число выигрышей в мгновенной лотерее. В результате наблюдения получены следующие значения выигрышей (руб.):
0;10;0;0;5;0;10;0;0;10;0;0;10;50;1;0;0;0;1;0;1;0;0;0;5;0;5;0;0;10;10;1;100;10;0;1;1;0;50;0;0;0;10;0;100;0;50;0;0;0;0;500;0. Составить дискретный статистический ряд распределения частот и относительных частот. Построить полигон.

21. Вероятность всхожести семян 0,86. Высадили 15 семян, какова вероятность того, что взойдут

11 семян?

22. Вычислить $\frac{P_7 \cdot (C_6^5 + C_6^4)}{A_{12}^6} - \frac{C_8^6}{P_4}$

23. В семье 6 детей. Вероятность рождения девочки 0,58. Какова вероятность, что в семье не менее 3 мальчиков?

24. На склад поступили детали с четырех станков. Из них, на первом станке изготовлено – 50 деталей, на втором – 30, на третьем – 40 и на четвертом – 30. Причем, на первом станке было изготовлено 80% деталей первого сорта, на втором – 75%, на третьем – 95% и на четвертом – 85%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь первого сорта?

25. В супермаркете проводились наблюдения над числом покупателей, обратившихся в кассу. Наблюдения дали, следующие результаты: 60; 55; 110; 100; 65; 70; 110; 120; 70; 65; 65; 100; 55; 110; 70; 75; 65; 110; 100; 120; 70; 55; 70; 120; 75; 70; 75; 60; 100; 120. Составить закон и функцию распределения, построить многоугольник распределения и изобразить графически функцию распределения.

26. В первом ящике имеются 18 зеленых и 8 красных яблок, во втором – 12 зеленых и 11 красных. Наугад выбирают ящик и яблоко. Известно, что вынутое яблоко – зеленое. Найти вероятность того, что был выбран второй ящик.

2. Устройство состоит из четырех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,3. Составить закон распределения числа отказавших элементов, найти функцию распределения, построить многоугольник распределения и функцию распределения.

27. В соревнованиях по биатлону участвует 44 спортсмена. Сколько возможных вариантов призовой тройки существует?

3.1 ЗАДАНИЯ ДЛЯ СРЕЗА ЗНАНИЙ (тестовые задания)

1. Допишите правую часть формулы: $P_n =$

A) 13800

Б) 5967561600

B) 720

Г) 18564

$$3. \quad \frac{A_2^6 + A_2^5}{A_{20}^4} - \frac{P_6 - P_5}{5!}$$

A) 80

Б) 251

B) $\frac{1}{15}$

$$\Gamma) \frac{2}{21}$$

A) 0,156

Б) 0,164

B) 0,195

Γ) 0,251

A) $3\frac{3}{7}$

Б) 3,75

B) 6,125

Γ)7

A) $P(A) = 0,5$

Б) $0 \leq P(A) \leq 1$

B) $P(A) = 0$

$$\Gamma) P(A) = 1$$

1. Допишите правую часть формулы: $C_n^m =$

A) 13800

B) 5967561600

B) 720

Г) 18564

$$3. \quad \frac{P \cdot \binom{C^5 + C^4}{7}}{A_{10}^7}$$

A) 80

Б) 251

B) $\frac{1}{15}$

$$\Gamma) \frac{2}{21}$$

A) 0,156

Б) 0,164

B) 0,195

Γ) 0,251

A) $3\frac{3}{7}$

Б) 3.75

B) 6,125

Γ)7

A) $P(A) = 0,5$

Б) $0 \leq P(A) \leq 1$

B) $P(A) = 0$

$$\Gamma) P(A) = 1$$

Вариант 3

- А) $P(A) = 0,5$ Б) $0 \leq P(A) \leq 1$ В) $P(A) = 0$ Г) $P(A) = 1$

Вариант 4

- А) $P(A) = 0,5$ Б) $0 \leq P(A) \leq 1$ В) $P(A) = 0$ Г) $P(A) = 1$

СПЕЗ ЗНАНИЙ 2

1. Число способов, которым можно выбрать двух человек из трех равно ...:
А. 1
Б. 2
В. 3
Г. 4
2. Число трехбуквенных слов из букв слова «ромб» равно ...
А. 2
Б. 3
В. 4
Г. 5
3. Вероятность попадания при одном выстреле 0,9, тогда вероятность трех промахов при трех выстрелах равна ...
А. 0,001
Б. 0,5
В. 0,01
Г. 0,005
4. Вероятность угадывания последней цифры телефонного номера ровно с двух раз равна ...
А. 0,2
Б. 0,1
В. 0,3
Г. 0,5
5. Число различных очередей из трех человек равно ...
А. 3
Б. 4
В. 6
Г. 8
6. Элементарное событие – это ...
А. эксперимент
Б. число
В. исход эксперимента
Г. вывод
7. Событие – это ...
А. утверждение
Б. подмножество
В. пространство элементарных событий
Г. доказательство
8. Вероятность – это ...
А. функция на пространстве элементарных событий
Б. утверждение
В. множество
Г. эксперимент
9. $P(A+B)=...$
А. $P(A)+P(B)-P(AB)$
Б. $P(A)-P(B)$
В. $P(AB)+P(A)$
Г. $P(AB)+P(B)$
10. Случайная величина – это ...
А. доказанное утверждение
Б. измеримая функция
В. очевидное свойство
Г. положительное число

КЛЮЧ К ТЕСТУ

1. В
2. В
3. А
4. Б
5. В
6. В
7. Б
8. А
9. А
10. Б

3.2 ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Тема: Основные понятия теории вероятностей

Задание: Выберите правильный ответ и отметьте в таблице соответствующую букву.

1. A и B - независимые события. Тогда справедливо следующее утверждение: а) они являются взаимоисключающими событиями

б) $P(A/B) = P(B)$

в) $P(A \cup B) = P(A)P(B)$

г) $P(A \cap B) = 0$

д) $P(B/A) = P(B)$

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

2. $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ - вероятности событий A , B , $A \cap B$ соответственно – приведены в таблице. Отметьте в первом столбце знаками плюс и минус те ситуации, которые могут иметь место, и те, которые не могут произойти, соответственно.

	$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$
а	0.1	0.3	0.2
б	0.5	0.5	0.5
в	0.8	0.9	0.5
г	0.5	0.6	0.6
д	0.9	0.8	0.8

3. Вероятности событий A и B равны $P(A) = 0,67$, $P(B) = 0,58$. Тогда наименьшая возможная вероятность события $A \cap B$ есть:

а) 1,25 б) 0,3886 в) 0,25 г) 0,8614 д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

4. Докажите равенство $A \cup B \cup C = A \cap B \cap C$ с помощью таблиц истинности или покажите, что оно неверно.

Тема: Вероятности объединения и пересечения событий, условная вероятность, формулы полной вероятности и Байеса

Задание: выберите правильный ответ и отметьте в таблице соответствующую букву.

1. Бросаем одновременно две игральные кости. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не больше 6?

а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{7}{12}$; г) $\frac{4}{9}$; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

2. Каждая буква слова «РЕМЕСЛО» написана на отдельной карточке, затем карточки перемешаны. Вынимаем три карточки наугад. Какова вероятность получить слово «ЛЕС»?

а) $\frac{2}{105}$; б) $\frac{3}{7}$; в) $\frac{1}{105}$; г) $\frac{11}{210}$; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

3. Среди студентов второго курса 50% ни разу не пропускали занятия, 40% пропускали занятия не более 5 дней за семестр и 10% пропускали занятия 6 и более дней. Среди студентов, не пропускавших занятия, 40% получили высший балл, среди тех, кто пропустил не больше 5 дней –

30% и среди оставшихся – 10% получили высший балл. Студент получил на экзамене высший балл. Найти вероятность того, что он пропускал занятия более 6 дней.

- а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{2}{33}$; г) $\frac{1}{33}$; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

Тема: Дискретные случайные величины и их числовые характеристики

Задание: выберите правильный ответ и отметьте в таблице соответствующую букву.

1. Дискретные случайные величины X и Y заданы своими законами распределения

X	-1	1	3
$P(X)$	0.3	0.4	0.3

Y	0	1
$P(Y)$	0.5	0.5

Случайная величина $Z = X + Y$. Найти вероятность $P(|Z - E(Z)| \leq \sigma_Z)$

- а) 0.7; б) 0.84; в) 0.65; г) 0.78; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

2. X , Y , Z – независимые дискретные случайные величины. Величина X распределена по биномиальному закону с параметрами $n=20$ и $p=0.1$. Величина Y распределена по геометрическому закону с параметром $p=0.4$. Величина Z распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda=2$. Найти дисперсию случайной величины $U = 3X + 4Y - 2Z$

- а) 16.4 б) 68.2; в) 97.3; г) 84.2; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

3. Двумерный случайный вектор (X, Y) задан законом распределения

	$X=1$	$X=2$	$X=3$
$Y=1$	0.12	0.23	0.17
$Y=2$	0.15	0.2	0.13

Событие $A = \{X = 2\}$, событие $B = \{X + Y = 3\}$. Какова вероятность события $A+B$?

- а) 0.62; б) 0.44; в) 0.72; г) 0.58; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

Тема: Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики

Задание: выберите правильный ответ и отметьте в таблице соответствующую букву.

1. Независимые непрерывные случайные величины X и Y равномерно распределены на отрезках: X на $[1, 6]$ Y на $[2, 8]$.

Случайная величина $Z = 3X + 3Y + 2$. Найти $D(Z)$

- а) 47.75; б) 45.75; в) 15.25; г) 17.25; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

2. Непрерывная случайная величина X задана своей функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ -0.5, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0.5x, & \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

Найти $P(X \in (0.5; 2))$

- а) 0.5; б) 1; в) 0; г) 0.75; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

3. Непрерывная случайная величина X задана своей плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ C(x-1)^2, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & x \geq 2 \end{cases}$$

Найти $P(X \in (1.5; 2))$.

а) 0.125; б) 0.875; в) 0.625; г) 0.5; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

4. Случайная величина X распределена нормально с параметрами $\mu = 8$ и $\sigma = 3$. Найти $P(X \in (5; 7))$

а) 0.212; б) 0.1295; в) 0.3413; г) 0.625; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

Тема: Введение в математическую статистику

Задание: выберите правильный ответ и отметьте в таблице соответствующую букву.

1. Предлагаются следующие оценки математического ожидания μ , построенные по результатам четырех измерений X_1, X_2, X_3, X_4 :

А) $\mu = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{5}X_3 + \frac{1}{6}X_4$

Б) $\mu = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3 + \frac{1}{4}X_4$

В) $\mu = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3 + \frac{1}{6}X_4$

Г) $\mu = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{6}X_3 + \frac{1}{6}X_4$

Д) $\mu = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{6}X_3 + \frac{1}{6}X_4$

Из них несмещенными оценками являются:

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

2. Дисперсия каждого измерения в предыдущей задаче есть σ^2 . Тогда наиболее эффективной из полученных в первой задаче несмещенных оценок будет оценка

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

3. На основании результатов независимых наблюдений случайной величины X , подчиняющейся закону Пуассона, построить методом моментов оценку неизвестного параметра λ распределения Пуассона

X_i	0	1	2	3	4	5
n_i	2	3	4	5	5	3

а) 2.77; б) 2.90; в) 0.34; г) 0.682; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

4. Полуширина 90% доверительного интервала, построенного для оценки неизвестного математического ожидания нормально распределенной случайной величины X для объема выборки $n=120$, выборочного среднего $\bar{X}=23$ и известного значения $\sigma=5$, есть

а) 0.89; б) 0.49; в) 0.75; г) 0.98; д) нет правильного ответа

а	б	в	г	д
---	---	---	---	---

Матрица проверки теста:

Основные понятия теории вероятностей	Вопрос 1	а	б	в	г	Д
	Вопрос 2	А –	Б +	– В	– Г	Д +
	Вопрос 3	а	б	В	г	д
	Вопрос 4	а	б	в	г	д
Вероятности объединения и пересечения событий, условная вероятность, формулы полной вероятности и Байеса	Вопрос 1	А	б	в	г	д
	Вопрос 2	А	б	В	г	д
	Вопрос 3	А	б	в	Г	д
	Вопрос 4	А	б	в	г	д
Дискретные случайные величины и их числовые характеристики	Вопрос 1	А	б	в	г	д
	Вопрос 2	а	б	В		д
	Вопрос 3	а	б	в		д
	Вопрос 4	а	б	в	г	д
Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики	Вопрос 1	а	Б	в	г	д
	Вопрос 2	а	б	В	Г	д
	Вопрос 3	а	б	в	Г	д
	Вопрос 4	а	б	в	г	д
Введение в математическую статистику	Вопрос 1	а		В	Г	д
	Вопрос 2	А		в	г	д
	Вопрос 3	а	б	В	г	д
	Вопрос 4	а	б	В	г	д

3.3 ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ АУДИТОРНЫХ РАБОТ

1) Комбинаторика

- 1) Старшине роты необходимо составить список из 9 солдат в любом порядке. Сколько различных списков он может составить?
- 2) Сколькими способами можно выбрать две монеты из трех: 1,2,3 копейки?
- 3) Из группы в 20 голов крупного рогатого скота, предназначенного для откорма, для контрольного определения среднесуточного привеса отбирается группа из 8 животных. Сколькими способами это можно сделать?
- 4) В ящике 20 шаров, среди которых 12 белых, а остальные – голубые. Отбирают наугад 2 шара. Сколько существует вариантов того, что они белые?
- 5) На фабрике по пошиву флагов имеются следующие цвета ткани: красный, белый, голубой, синий, желтый. Сколько можно сшить 3-х цветных флагов с горизонтальными полосами при условии, что одинаковых быть не должно?

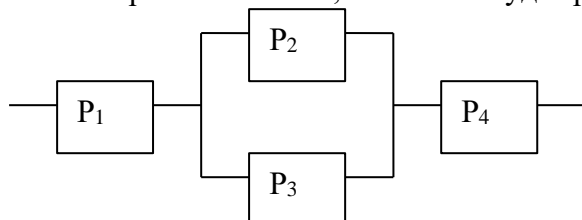
2) Классическое определение вероятности

- 1) Кафедра физвоспитания приобрела для футбольной команды 16 футболок с номерами от 1 до 16. Игроки наудачу берут 10 футболок. Найти вероятность того, что футболка под номером 13 окажется не взятой.
- 2) Брошены 3 игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 12, если их произведение равно 48.
- 3) В читальном зале на полке стоят 37 книг, одна из которых по цитологии. Библиотекарь наудачу берет 8 книг. Найти вероятность того, что среди них нет книги по цитологии.
- 4) В аудитории находится 40 студентов, 25 из которых не выполнили домашнее задание. Преподаватель наудачу берет тетради у 10 студентов. Найти вероятность того, что все тетради окажутся с выполненным заданием.
- 5) В магазине имеется 16 плиток шоколада, 12 из которых фабрики «Бабаевский». Покупатель купил три плитки шоколада. Все шоколадки стоят одинаково. Найти вероятность того, что он не купил ни одной шоколадки фабрики «Бабаевский».

- 6) На грядке посажено 25 кустов средне- и раннеспелого картофеля, из которых 16 раннеспелого сорта. Весь картофель посажен вперемешку. В первый день уборки картофеля выкопано 12 кустов картофеля. Найти вероятность того, что среднеспелого и раннеспелого картофеля выкопано одинаково.
- 7) Грибник собрал 12 трубчатых и 16 пластинчатых грибов. По дороге домой он уронил три гриба. Найти вероятность того, что он потерял трубчатые грибы.
- 8) В кодовом замке 10 кнопок с цифрами от 0 до 9. Чтобы его открыть, надо нажать одновременно 3 кнопки. Хозяин, возвращаясь домой, забыл одну цифру в коде замка и стал нажимать третью кнопку наугад. Найти вероятность того, что он откроет замок с первого раза.
- 9) В парке 15 деревьев. В одном дереве есть дупло, в котором живет белка. Трест зеленого хозяйства провел санитарную рубку, в результате которой было срублено 4 дерева. Найти вероятность того, что белка не осталась без дома.

3) Теоремы сложения и умножения вероятностей

- 1) Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Известно, что вероятность попадания в мишень для одного из стрелков равна 0,6, а для другого – 0,7. Найти вероятность того, что хотя бы один из стрелков попадет в мишень.
- 2) Ящик содержит 90 годных и 10 дефектных деталей. Сборщик последовательно достает из ящика 10 деталей. Найти вероятность того, что среди взятых деталей хотя бы одна дефектная.
- 3) Два охотника сделали по одному выстрелу по зайцу. Известно, что вероятность попадания для одного из них равна 0,6, а для другого – 0,7. Найти вероятность того, что только один из охотников попадет в зайца.
- 4) Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна p , а для второго – 0,7. Известно, что вероятность попадания при одном выстреле обоих стрелков равна 0,35. Найти p .
- 5) Охотник выстрелил 3 раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в нее в начале стрельбы равна 0,8; а после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Найти вероятность того, что он попадет хотя бы один раз.
- 6) В ящике 10 деталей, среди которых 7 окрашенных. Сборщик наудачу достает 3 детали. Найти вероятность того, что среди взятых деталей не более двух окрашенных.
- 7) Найти вероятность того, что схема будет работать,



- 8) если заданы вероятности работы каждого независимо работающего устройства: $p_1 = 0,3$, $p_2 = 0,4$, $p_3 = 0,6$, $p_4 = 0,5$.
- 9) Студент успел подготовиться к экзамену 20 вопросов из 30. Какова вероятность того, что из 3 наудачу выбранных вопросов студент знает не менее двух.
- 10) Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета, равна 0,9, на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого надо ответить на все вопросы.
- 11) В команде из 12 спортсменов 5 мастеров спорта. По жеребьевке из команды выбирают 3 спортсменов. Какова вероятность того, что среди выбранных спортсменов не более двух мастеров спорта?

4) Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса

- 1) В ящик, содержащий 5 шаров, опущен красный шар, после чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется красным, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).
- 2) В каждой из трех коробок содержится 9 белых и 7 зеленых шаров. Из первой коробки наудачу взят один шар и переложен во вторую коробку, после чего из второй коробки извлечен один шар и переложен в третью коробку. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей коробки, окажется зеленым.

- 3) В первом ящике содержится 20 шаров, из них 16 белых, а остальные – синие. Во втором ящике 40 шаров, 8 из которых белые, а остальные синие. Из каждой коробки вынимается по одному шару, а затем из них наудачу извлекают один. Найти вероятность того, что взят синий.
- 4) В коробку, в которой находится два карандаша, положили зеленый карандаш, после чего из нее вынут один карандаш. Найти вероятность того, что извлеченный карандаш окажется зеленым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе карандашей (по цвету).
- 5) В ящике содержится 20 деталей, изготовленных на заводе № 1, 40 деталей – на заводе № 2. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе № 1, отличного качества равна 0,7; для детали, изготовленной на заводе № 2, равна 0,4. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.
- 6) Число деталей, изготавливаемых на I, II, III станках относится как 4:3:3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на I станке, является бракованной – 0,2; на II – 0,4; на III – 0,3. Наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на I станке.
- 7) В кондитерской продается в среднем 40% шоколадных конфет, 35% – карамельных и 25% мармеладных. Вероятности продажи шоколадных конфет, карамельных и мармеладных – соответственно, равны 0,6; 0,7 и 0,8. Покупатель в кондитерской приобрел конфеты. Найти вероятность того, что он купил мармеладные конфеты.
- 8) Два принтера печатают одинаковые тексты. Производительность второго принтера в 2 раза больше производительности первого. Первый принтер печатает в среднем 78% листов с текстами отличного качества, а второй 89%. Наудачу взятый лист с текстом оказался отличного качества. Найти вероятность того, что этот лист произведен вторым принтером.
- 9) В пирамиде 8 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95, для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Найти вероятность того, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом.
- 10) Событие A может появиться при условии появления одного из несовместных событий B_1, B_2, B_3 , образующих полную группу событий. Их вероятности равны: $P(B_1)=0,3$; $P(B_2)=0,5$; $P(B_3)=0,2$. Были также найдены условные вероятности события A при появлении событий B_1, B_2, B_3 . Они равны соответственно 0,7, 0,8 и 0,6. Событие A произошло. Найти условную вероятность события B_1 .

5) Формула Бернулли

- 1) Монету бросают 3 раза. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее одного раза.
- 2) В роддоме родилось 12 детей. Найти вероятность того, что среди них 7 мальчиков. Вероятность рождения мальчика 0,51.
- 3) Имеются две одинаковые лунки, по которым случайным образом разбрасываются 6 шариков. Найти вероятность того, что в каждую лунку попадет ровно 3 шара. Вероятности попадания в лунки одинаковы.
- 4) Отрезок MN разделен точкой F в отношении 2:3. На отрезок брошены 2 точки. Найти вероятность того, что они попадут на большую часть отрезка. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок, пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
- 5) то вероятнее выиграть у равносильного противника: не менее 3-х партий из 4-х или не менее 6-ти партий из 8-ми?
- 6) Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что «решка» выпадет не менее 2-х и не более 3-х раз.
- 7) В семье 4 ребенка. Найти вероятность того, что среди них 1 девочка и 3 мальчика. Вероятность рождения мальчика равна 0,51.
- 8) Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть 6 партий из 8-ми или 7 из 10-ти?
- 9) Посадили 8 сортов тюльпанов. Вероятность того, что тюльпан взойдет $p = 0,8$. Найти вероятность того, что взойдет ровно 5 тюльпанов.

- 10) Отрезок разделен на 2 равные части. На отрезок наудачу брошено 6 точек. Найти вероятность того, что на каждую из 2-х частей попадет по 3 точки. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

6) Локальная и интегральная теоремы Лапласа

- 1) Вероятность появления события в каждом из 2100 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие появится: а) не менее 1470 и не более 1500 раз; б) не менее 1470 раз; в) не более 1469 раз.
- 2) Вероятность появления события в каждом из 21 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие появится в большинстве испытаний.
- 3) Монета брошена 20 раз. Найти вероятность того, что число выпадений «герба» будет заключено между числами 12 и 16.
- 4) Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,9 можно было ожидать, что событие появится не менее 75 раз?
- 5) Вероятность появления положительного результата в каждом из n опытов равна 0,9. Сколько нужно произвести опытов, чтобы с вероятностью 0,98 можно было ожидать, что не менее 150 опытов дадут положительный результат?
- 6) Найти вероятность того, что событие A наступит 1400 раз в 2400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,6.
- 7) Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз.
- 8) Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков.
- 9) Монета брошена 20 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет ровно 10 раз
- 10) Монета брошена 40 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет на 6 раз больше, чем «решка».

7) Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины.

- 1) Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

- 2) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , заданной законом распределения:

X	131	140	150	190
p	0,05	0,1	0,2	0,65

- 3) Найти математическое ожидание и дисперсию числа бракованных изделий в выработке из 5 изделий, если случайная величина X задана рядом распределения:

X	0	1	2	3	4	5
p	0,2373	0,3955	0,2637	0,0879	0,0146	0,0010

- 4) Распределения содержания кремния в отливках из чугуна при определенном составе шахты таково:

Si%	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
p	0,32	0,25	0,14	0,12	0,08	0,05	0,02	0,01	0,01

Определить математическое ожидание содержания Si в отливках для данного состава шахты. Вычислить дисперсию и среднее квадратическое отклонение содержания Si в отливках из чугуна.

8) Функция распределения непрерывной случайной величины и её свойства. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Плотность распределения и её свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины

Случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(X)$; 3) дисперсию $D(X)$; 4) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$; 5) построить графики функций $F(x)$, $f(x)$.

$$1. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ x^3 / 729, & \text{при } 0 < x \leq 9, \\ 1, & \text{при } x > 9. \end{cases} \quad 2. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 / 16, & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -8, \\ x/4 + 2, & \text{при } -8 < x \leq -4, \\ 1, & \text{при } x > -4. \end{cases} \quad 4. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1, \\ x/3 + 1/3, & \text{при } -1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

9) Равномерное распределение. Нормальное распределение

- 1) Найти $M(x)$ и $D(x)$ равномерно распределенной случайной величины X , заданной плотностью $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \notin (1;3), \\ c, & \text{если } x \in (1;3). \end{cases}$$

- 2) Найти $M(x)$ и $D(x)$ равномерно распределенной случайной величины X , заданной плотностью $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \notin (10;13), \\ c, & \text{если } x \in (10;13). \end{cases}$$

- 3) Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины X равно 5 и среднее квадратическое отклонение равно 4. Найти плотность вероятностей случайной величины X .
- 4) Известно, что случайная величина X подчинена нормальному закону распределения, $M(X)=4$, $\sigma^2=25$. Найдите плотность вероятностей случайной величины X .
- 5) Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины X соответственно равны 10 и 14. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(8;12)$.

10) Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения.

Выборка задана в виде распределения частот. а) Найти распределение относительных частот. б) Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки и построить график функции $F(x)$.

1.

x_i	2	5	7
n_i	1	3	5

2.

x_i	1	4	6
n_i	10	12	25

3. Построить полигон частот по данному распределению выборки:

x_i	5	10	15	20	25
n_i	10	15	20	25	30

4. Построить полигон относительных частот по данному распределению выборки:

x_i	2	3	5	6	9
w_i	0,15	0,2	0,25	0,3	0,1

5. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки:

Частичный интервал	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
Сумма частот вариант интервала, n_i	10	15	20	15	5

6. Построить гистограмму относительных частот по данному распределению:

Частичный интервал	2 – 5	5 – 8	8 – 11	11 – 14	14 – 17
Сумма относительных частот вариант интервала, w_i	0,18	0,06	0,16	0,2	0,4

11) Несмещенные оценки. Выборочные средняя и дисперсия.

- 1) Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=40$:

x_i	4	6	8	11
-------	---	---	---	----

n_i	14	11	3	12
-------	----	----	---	----

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

- 2) Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=15$:

x_i	13803	13845	13864
n_i	2	6	7

- 3) По выборке объема $n=81$ найдена смещенная оценка $D_B=5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.
- 4) В итоге пяти измерений (без систематических ошибок) длины бруска одним прибором получены следующие результаты: 804, 806, 807, 809, 810. Найти: а) выборочную среднюю длину бруска; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.
- 5) Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n = 27$:

x_i	354	365	372
n_i	4	9	14

- 6) Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n = 120$:

x_i	3832	3848	3850	3900
n_i	13	24	35	48

- 7) Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n = 75$:

x_i	34,7	35,4	35,9	36,3
n_i	13	18	24	20

12) Точность оценки, доверительная вероятность (надежность), доверительный интервал.

- 1) Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

x_i	5	6	8	4	3	2
n_i	1	2	2	1	3	1

Оценить с надежностью 0,99 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

- 2) Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 11$:

x_i	2	4	6	3	1
n_i	3	2	2	1	3

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

- 3) Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n = 20$ найдена выборочная средняя $\bar{x}_B = 15$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 2$. Оценить неизвестное математическое ожидание при помощи доверительного интервала с надежностью 0,99.
- 4) Даны «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 0,5$; выборочная средняя $\bar{x}_B = 3$; $t_\gamma = 2,20$. Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания, нормально распределенной случайной величины X .
- 5) Случайная величина X имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 8$. Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания, если выборочная средняя $\bar{x}_B = 16,6$, объем выборки $n = 25$ и заданная надежность $\gamma = 0,95$.
- 6) Даны среднее квадратическое отклонение $\sigma = 10$, выборочная средняя $\bar{x}_B = 7,8$ и объем выборки нормально распределенного признака $n = 10$.
- 7) Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания с заданной надежностью $\gamma = 0,95$.
- 8) Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n = 40$ найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 0,8$. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение σ с надежностью 0,999.
- 9) По данным выборки объема $n=19$ из генеральной совокупности нормально распределенного количественного признака найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s =$

5,4. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение σ с надежностью 0,95.

13) Элементы теории корреляции.

Вычислить выборочный коэффициент корреляции и найти выборочное уравнение прямой регрессии Y на X .

1)

X	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Y	18	19	20	23	25	29	36	47	61	85

2)

X	5	17	27	35	43	49	53	57	63	67
Y	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31

3)

X	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Y	11	12	13	14	15	17	19	21	23	25

4) Найти основные выборочные характеристики x_B , s^2 , s , V , s_x ; с надежностью 95% указать доверительный интервал для оценки генеральной средней x_{Γ} для следующей выборки:

1	2	5
40,8	12,6	95,4
26,4	18,7	82,5
33,2	15,3	86,9
29,5	14,8	90,2
36,1	19,5	89,1
32,8	13,7	85,6
33,5	16,4	87,5
36,4	15,2	86,4
37,1	16,3	89,3
39,6	12,9	92,1
41,0	18,5	90,3
28,3	16,5	86,9
30,6	15,4	87,4
37,9	13,6	90,4
39,2	16,9	94,6
32,5	15,8	93,2
35,6	17,3	87,5
34,8	19,6	86,4
36,9	15,8	93,4
34,2	19,6	86,5