

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

**СОГЛАСОВАНА  
СОГЛАСОВАНА**

**УТВЕРЖДАЮ  
УТВЕРЖДАЮ**

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

\_\_\_\_\_/проф. И.А.Танкиев  
«27» февраля 2025г.

\_\_\_\_\_/Б.С. Кульбужев от  
от «14» марта 2025г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.11 Дифференциальные уравнения**

**Направление подготовки**

**01.03.01 –МАТЕМАТИКА**

Квалификация выпускника

**БАКАЛАВР**

Форма обучения

**Очная**

Магас, 2025 г

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» - формирование и развитие у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность. Формирование современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
				Воспитательная деятельность	А/02.6	6
				Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	В/03.6	6

### Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в базовую часть обязательных дисциплин математического и естественно-научного цикла. Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, так как методы дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплина вместе с математическим анализом, теорией функции комплексной переменной являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

Дифференциальные уравнения предшествуют дисциплинам: «Комплексный анализ», «Уравнения с частными производными», «Теория игр» и др.

### 3. Результаты освоения дисциплины (модуля) дифференциальные уравнения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК 1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК 1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК 1.3: Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов УК1.4: При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формулирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения. УК 1.5.: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Знать: Цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов; способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирование задач различных групп; формулировки известных утверждений, следствий из них Уметь: Составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные

			результаты, выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике.
<i>ОПК-1</i>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>Знает: Методы исследования, применяемые в математическом анализе, комплексном и функциональном анализе, алгебре, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логик, теории вероятностей, математической статистике и случайных процессах, численных методах, теоретической механике.</p> <p>Умеет: Публично доказывать и объяснять фундаментальные результаты, соответствующих разделам математики</p> <p>Владеет: Навыками строгого доказательства утверждений в области математического анализа комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики случайных процессов, численных методов, теоретической механики</p>	Владеть: систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленным знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.
<i>ПК-3</i>	Способность строгого доказательства утверждения, сформулировать результат, увидеть следствия полученного	<p>Знает утверждения, находящиеся в широком диапазоне, требующие оригинальности анализа.</p> <p>Умеет пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа. Владеет методиками доказательств,</p>	

	результата	требуемыми абстрактного мышления и комплексного подхода	
--	------------	---	--

#### 4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Дифференциальные уравнения

##### 4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Вид учебной работы	Всего	Порядковый номер семестра			
		3			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	4 з.е.	45 з.е.			
Курсовой проект (работа)					
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	84	84			
Лекции	36	36			
Практические занятия, семинары	32	32			
Лабораторные работы	-	-			
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	33	33			
КСР	-	-			
Экзамен	27	27			
Общая трудоемкость дисциплины	144	144			

№/№	Наименование разделов и тем	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Формы промежут. аттест
-----	-----------------------------	---------	--	---

[illegible]

[illegible]

	постоянными коэффициентами																	
2.3	Неоднородные уравнения 2-го порядка			2	3													
2.4	Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля			2	3													
	<b>Раздел 3 Системы линейных дифференциальных уравнений</b>			6	12						15				7			
3.1	Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений			2	4													
3.2	Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами			2	3													
3.3	Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Линейные уравнения в частных производных 1- го порядка			2	5													
		3	144	36	32						33							



												Курсовая работа	60
												консультации	2
												Экзамен	8

## 4.2 Содержание дисциплины(модуля)

### Раздел 1 Дифференциальные уравнения 1-го порядка

**Тема 1.1.:** Задачи, приводящиеся к дифференциальным уравнениям (частные решения, общий интеграл, общие решения, поле направлений, изоклины)

**Тема 1.2.:** Уравнения с разделяющимися переменными

**Тема 1.3.:** Однородные и приводящиеся к ним уравнения

**Тема 1.4.:** Линейные уравнения 1-го порядка

**Тема 1.5.:** Уравнение Бернулли

**Тема 1.6.:** Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель

**Тема 1.7.:** Теорема Коши для уравнений 1-го порядка

**Тема 1.8.:** Установление достаточных условий существования и единственности задачи Коши

**Тема 1.9.:** Методы нахождения особых решений

**Тема 1.10.:** Уравнения, неразрешенные относительно производной

### Раздел 2 Дифференциальные уравнения высших порядков

**Тема 2.1.:** Дифференциальные уравнения высших порядков (разрешимые в квадратурах, функция Коши, однородные и обобщенно-однородные уравнения)

**Тема 2.2.:** Общая теория уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами

**Тема 2.3.:** Неоднородные уравнения 2-го порядка

**Тема 2.4.:** Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля

### Раздел 3 Системы линейных дифференциальных уравнений

**Тема 3.1.:** Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений

**Тема 3.2.:** Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами

**Тема 3.3.:** Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Линейные уравнения в частных производных 1-го порядка

## 5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**6.1. План самостоятельной работы студентов**

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (в академических часах)
1	Уравнение Эйлера	Решение задач и упражнений	6
2	Метод Эйлера для линейных уравнений	Решение задач и упражнений	5
3	Метод изоклин	Решение задач и упражнений	7
4	Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами	Решение задач и упражнений	7
5	Особые решения	Решение задач и упражнений	7
6	Составление дифференциальных уравнений	Решение задач и упражнений	5
7	Интегрирующие множители	Решение задач и упражнений	6
8	Метод вариаций постоянных	Решение задач и упражнений	5
9	Фундаментальная система решений	Решение задач и упражнений	5

**Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

**Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета**

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.

«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.
--------------	--

### Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

## **6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы**

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

1. самоконтроль и самооценка обучающегося;
2. контроль и оценка со стороны преподавателя.

### **Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы**

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

### **Организация и руководство внеаудиторной работы**

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимые для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

### **6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов**

#### **✓ *Перечень примерных вопросов и заданий для самостоятельной работы:***

1. какое уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением?

Порядок дифференциального уравнения. Что называют решением дифференциального уравнения?

2. какое уравнение называется уравнением первого порядка в частных производных? Понятие полного интеграла. Линейные и нелинейные задачи.

3. Геометрическая интерпретация уравнения первого порядка и его решения. Поле направлений, интегральные кривые О.Д.У.?
4. какое уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными? Метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными?
5. какие уравнения первого порядка называются линейными? Линейные однородные и неоднородные уравнения? Методы их решения. Уравнение Бернулли и его решение?
6. какое дифференциальное уравнение называется однородным уравнением первого порядка? Методы его решения.
7. что такое полный дифференциал? Уравнения в полных дифференциалах? Методы их решения.
8. что такое математическая модель? Этапы построения математической модели процесса или явления? Примеры простейших моделей на базе дифференциальных уравнений первого порядка?
9. простейшие уравнения высших порядков и их решения методом понижения порядка?
10. линейные дифференциальные уравнения второго порядка и их решения? Какие линейные уравнения называются однородными и неоднородными? Теорема о структуре решения линейного однородного и неоднородного уравнения? Решения неоднородного уравнения в случае специальной правой части, методом вариации произвольных постоянных?
11. математические модели на базе уравнений второго порядка? Примеры моделей. Краевые задачи.

✓

**Вопросы к экзамену:**

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений – порядок уравнения, геометрическая интерпретация уравнения и его решения, и т.д. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, стандартный вид и методы решения.
3. Линейные уравнения первого порядка-стандартный вид и методы решения. Уравнение Бернулли.
4. Однородные дифференциальные уравнения – стандартный вид и методы их решения.
5. Уравнения в полных дифференциалах-стандартный вид и методы их решения.
6. Простейшие уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро-стандартный вид и методы их решения.
7. Простейшие уравнения высших порядков-стандартный вид и методы их решения.

8. Линейные однородные уравнения второго порядка-теорема о строении решения и методы его решения.
9. Линейные неоднородные уравнения второго порядка –теорема о строении общего решения и методы решения вариацией произвольных постоянных.
10. Линейные неоднородные уравнения со специальной правой частью.
11. Общие понятия о системах дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений.
12. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Классификация краевых задач-линейная, однородная и неоднородная краевая задача.
13. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.
14. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Уравнения линейные относительно производных (частные случаи интегрирования).

#### **Примерная тематика курсовых работ**

1. Разностные методы решения дифференциальных уравнений
2. Решение систем дифференциальных уравнений методом Адамса
3. Численные методы при решении дифференциальных уравнений. Численное интегрирование. Формула прямоугольников.
4. Решение систем дифференциальных уравнений методом Эйлера
5. Расчет полета снаряда
6. Решение систем дифференциальных уравнений методом прогноза и коррекции
7. Численные методы. Приближенные вычисления. Интерполирование функций. Применение численных методов.

#### **Контрольные и индивидуальные задания Образцы индивидуальных заданий**

## Дифференциальные уравнения первого порядка

1. С помощью изоклин изобразить схематически решение уравнения

$$2(y + y') = x + 2.$$

2. Решить уравнения, при необходимости сведя их к уравнениям с разделяющимися переменными

1.  $(x^3 + 2x)y^2 dy = x dx$ ;    2.  $dy = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} dx$ ;    3.  $\frac{y'}{y} = x \cos^2 y$ ;

4.  $y'x^2 e^y = e^{-y}$ ,  $y(1) = 0$ ;    5.  $2(x + y)dy + (3x + 3y - 1)dx = 0$ ,  $y(0) = 2$ .

3. Решить однородные уравнения

1.  $x^2 y' - y^2 = 2x^2$ ;    2.  $xy' = y(\ln y - \ln x)$ ;    3.  $xydy - y^2 dx = (x + y)^2 e^{-y/x} dx$ ;

4.  $y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}$ ;    5.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ ,  $y(0) = 1$ .

4. Решить уравнения, при необходимости сведя их к линейным

1.  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ;    2.  $2ydx + (y^2 - 6x)dy = 0$ ;    3.  $xy' = y + x^2 \cos x$ ;

4.  $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$ ,  $y(2) = 1,5$ ;    5.  $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .

5. Решить уравнение Бернулли

1.  $y' = x^3 y^3 - xy$ ;    2.  $xy + 2y = x^5 y$ ;    3.  $2(xy' + y) = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 2$ .

6. Решить уравнение в полных дифференциалах

1.  $(y + \frac{1}{x^2})dx + (x + \frac{1}{y^2})dy = 0$ ;    2.  $\frac{2x^3 + xy + 2y^3}{y^2} dx = \frac{2x^3 + xy + 2y^3}{y^3} dy$ .

7. Найти интегрирующий множитель и общее решение уравнения

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0.$$

8. Определить тип уравнения и указать способ его решения:

1.  $xy' - xe^{x/y} = 2$ ;    2.  $xydx + (x+1)dy = 0$ ;    3.  $xy' + 3xy^3 = 2y$ ;

4.  $dy + (3y - e^{3x})dx = 0$ ;    5.  $(x^3 + y^2)dx + 2xydy = 0$ .

9. Найти общее и особое (если оно существует) решения уравнений

1.  $(xy^2 + x)dx + (y^3 - x^3 y^3)dy = 0$ ;    2.  $xy' + y = y^2$ ;    3.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ ;

4.  $y' = \frac{y}{1 + \ln y - x \ln x}$ ;    5.



$$xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + y^2) dy = 0.$$

10. Решить задачу Коши

$$1. y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}, y(0) = -; \quad 2. 3y'' + 2xy' = 2xy e^{-2-2x^2}, y(0) = 1;$$

$$3. y dx = (3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - x) dy, y(16) = \pi.$$

11. Решить уравнения

$$1. y = x + y' - \ln y'; \quad 2. x[(y')^2 - 1] = 2y'; \quad 3. y = xy' - (y')^2.$$

## Дифференциальные уравнения высших порядков

1. Решить уравнения, понизив их порядок

$$1. y'' + 2xy' = 0; \quad 2. (y-1)y'' = 2(y')^2;$$

$$3. y''' + 3y'y'' = 0; \quad 4. yy'' = 2x(y')^2, y(2) = 2, y'(2) = 0,5.$$

1. Найти общее решение уравнения

$$1. y'' - 2y' + 4y = 0; \quad 2. y'' + 6y' + 9y = 0; \quad 3. y'' + 4y = 0.$$

2. Решить задачу Коши

$$1. 3y'' - 2y' - 8y = 0, y(1) = 1, y'(1) = 2; \quad 2. y'' + \frac{\pi}{4} y = 0, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

3. Найти общее решение уравнения

$$2y'' + y' - y = f(x),$$

если

$$1. f(x) = 3x^2 - 1; \quad 2. f(x) = 3e^{-x}; \quad 3. f(x) = 2\sin x; \quad 4. f(x) = e^x \cos 2x.$$

4. Найти решение задачи Коши

$$y'' + \frac{1}{4} y' = \frac{1}{4} x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2},$$

методами Лагранжа и Коши.

5. Найти общее решение

$$1. y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x; \quad 2. y^{(4)} - y''' = 5(x + 2)^3;$$

$$3. (4x + 3)^2 y'' + (4x + 3)y' - 16y = 0; \quad 4. x^2 y'' - 3xy' + 3y = -\ln x.$$

## Системы дифференциальных уравнений

1. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases} \quad . \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases} \quad , \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1. \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases} \quad . \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases} \quad .$$

2. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -6x + y + \frac{1}{1+e^{2t}}. \end{cases}$$

3. Решить разными методами (или методом исключений, или методом Эйлера, или матричным методом) две системы дифференциальных уравнений  $\vec{x}' = A\vec{x}$ , где

$$1) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 3, \quad \lambda_3 = 5; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -2, \quad \lambda_2 = -2, \quad \lambda_3 = 2.$$

Записать матрицант каждой системы и найти их фундаментальные системы решений.

4. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} x'' - y'' + y' + x - 3y &= 0, \quad 4y'' - 2x'' \\ -x' - 2x + 5y &= 0. \end{aligned}$$

**Образцы контрольных заданий**

### Контрольная работа по теме

#### «Дифференциальные уравнения первого порядка»

#### Вариант № 1

I. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

1.  $(y + y \ln x)dx - (x - xy)dy = 0.$

2.  $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$

3.  $(xy^2 + \frac{x}{y})dx + (x^2y - \frac{x^2}{y})dy = 0.$

$$y^2$$

$$y^3$$

## II. Найти частные решения

1.  $xy' - y = x \operatorname{tg} \left( \frac{y}{x} \right), \quad y(1) = 1.$

2.  $e^y dx = (2y - xe^y) dy, \quad y(-1) = 0.$

### Контрольная работа по теме

### «Дифференциальные уравнения высших порядков»

### Вариант №1

#### I. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

1.  $y' = y' + x.$

2.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$

#### II. Решить задачу Коши:

1.  $yy' + (y')^2 = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$

2.  $y'' - y' = e^{-x} + 2x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

### Образец экзаменационного билета

#### Билет 1

#### Дифференциальные уравнения

1. Определение и способ решения дифференциального уравнения Бернулли.
2. Системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
3. Найти общее решение уравнения  $x^2 y' - \cos 2y = 1.$
4. По виду правой части и корням характеристического уравнения записать частное решение уравнения  $y'' + y = 4x \cos x.$
5. Найти частное решение уравнения  $y' = 2\sqrt{y} \ln x, \quad y(e) = 1.$

### Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых
----------	--------------	------------------------	------------------------------------

			контролируются
1	Аудиторная контр. работа (проверка и оценка)	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-1, ОПК-1, ПК-3
2	Тестирование. Подготовка к тестированию (оценка результатов)	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-1, ОПК-1, ПК-3
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-1, ОПК-1, ПК-3
4	Теоретический тест	Раздел 1-Раздел 3 в 3-м семестре	УК-1, ОПК-1, ПК-3
5	Экзамен во третьем семестре	Раздел 1- Раздел 3	УК-1, ОПК-1, ПК-3

## **7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) дифференциальные уравнения**

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) дифференциальные уравнения.

К основной (обязательной) литературе относятся учебники, учебные пособия, учебно-методическая литература и монографии, изучение которых является обязательным для овладения знаниями в полном объеме по дисциплине в соответствии с данной программой. К основной, прежде всего, относится литература, имеющая гриф Министерства образования и науки Российской Федерации или Учебно-методического объединения, рекомендующих издание к использованию в учебном процессе. В списке основной литературы указывается не более пяти источников, имеющих в достаточном количестве в фонде библиотеки. Если доступна электронная версия учебников, учебных пособий и т.д., следует указать для них режим доступа.

К дополнительной относится литература, рекомендуемая бакалаврам, магистрам для самостоятельного изучения при выполнении курсового проекта (работы), учебной научно-исследовательской работы, при написании рефератов, для подготовки к семинарам, практическим занятиям, лабораторным работам и другим учебным занятиям, а также для углубления и расширения знаний по данной дисциплине.

Все источники в основной и дополнительной литературе даются с полными библиографическими описаниями в соответствии с российским или западным стандартами оформления.

Для магистратуры обязательно наличие литературы на английском языке.

### **7.1. Учебная литература:**

#### **Основная литература:**

1. *Матвеев Н.М.* Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. - М. Высшая школа, 1962.
2. *Степанов В.В.* Курс дифференциальных уравнений. - М. ГИТТЛ, 1952.
3. *Эльсгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: УРСС, 1998.
4. *Понтрягин Л.С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1983.
5. *Петровский И.Г.* Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Изд-во МГУ, 1984.
6. *Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г.* Дифференциальные уравнения. – М.: Физматлит, 2002.
7. *Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В.* Дифференциальные уравнения. – М.: МГТУ, 2004.

#### **Дополнительная литература**

1. *Кузнецов Л.А.* Сборник заданий по высшей математике. – М.: В.Ш., 1994.
2. *Филиппов А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: РХД, - 2000.
3. *Краснов М.Л.* Обыкновенные дифференциальные уравнения (учебное пособие). – М.: В.Ш., 1983. – 127.
4. *Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А.* Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. – М.: Физматлит, 2003.
5. *Матвеев Н.М.* Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – Мн.: Высшая школа, 1987.
6. *Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.* Высшая математика в упражнениях и задачах. – М.: Высшая школа, 1980.

### **7.2. Интернет-ресурсы**

1. Федеральный портал <http://edu.ru>
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>

### **7.3. Программное обеспечение:**

1. Microsoft Excel
2. Microsoft Word
3. Microsoft PowerPoint

### **7.4. Материально-техническое обеспечение**

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие аудиовизуальное восприятие учебного материала ( специализированное демонстрационное оборудование):

1. Доска и мел (или более современные аналогии)
2. компьютерные и мультимедийные технологии
3. микрофон и соответствующие установки (для работы в больших аудиториях с многочисленными группами студентов)

Рабочая программа дисциплины **Дифференциальные уравнения**

сос

тавлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению  
подготовки **01.03.01**

**Математика** (уровень высшего образования бакалавриат), утвержденного  
Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об  
утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего  
образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" .

Программу составил:

Профессор, зав. кафедрой «Математический анализ», к.ф.-м.н. Танкиев И.А

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический  
анализ» Протокол № 6 от «27» февраля 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического  
факультета протокол № 7 от «13» марта 2024 г.



Приложение №1

**1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица1.

**Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
-----------------	--------------------------	----------------------------------	--

УК-1	<p>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК 1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;  УК 1.2: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;  УК 1.3: Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов  УК 1.4: При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формулирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения.  УК 1.5.: Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки</p>	<p>Знать:  Цели и задачи научных исследований по направлению деятельности, базовые принципы и методы их организации; основные источники научной информации и требования к представлению информационных материалов; способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирование задач различных групп;  формулировки известных утверждений, следствий из них  Уметь:  Составлять общий план работы по заданной теме, предлагать методы и способы обработки результатов, проводить исследования по согласованному с руководителем плану, представлять полученные результаты, выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в математике.</p>
------	--	---	--

ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>Знает: Методы исследования, применяемые в математическом анализе, комплексном и функциональном анализе, алгебре, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логик, теории вероятностей, математической статистике и случайных процессах, численных методах, теоретической механике.</p> <p>Умеет: Публично доказывать и объяснять фундаментальные результаты, соответствующих разделам математики</p> <p>Владеет: Навыками строгого доказательства утверждений в области математического анализа комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики случайных процессов, численных методов, теоретической механики</p>	<p>Владеть: систематическими знаниями по направлению деятельности;</p> <p>углубленным знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.</p>
ПК-3	Способность строгого доказательства утверждения, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	<p>Знает утверждения, находящиеся в широком диапазоне, требующие оригинальности анализа.</p> <p>Умеет пользоваться отработанными и малоизвестными методами анализа. Владеет методиками доказательств, требующими абстрактного мышления и комплексного подхода</p>	

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

### Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

### Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Полнота изложения теоретического материала;</li> <li>- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</li> <li>- Самостоятельность ответа;</li> <li>- Культура речи.</li> </ul>	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.

Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Таблица 4.

#### Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии

Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Полнота изложения теоретического материала;</li> <li>- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</li> <li>- Самостоятельность ответа;</li> <li>- Культура речи.</li> </ul>	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

#### Оценивание ответа на зачете

«Зачтено»	4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
	Отлично (повышенный уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Полнота изложения теоретического материала;</li> <li>- Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</li> <li>- Самостоятельность ответа;</li> <li>- Культура речи.</li> </ul>	<p>выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы</p>
	Хорошо (базовый уровень)		<p>основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы</p>
	Удовлетворительно (пороговый уровень)		<p>имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь</p>

			частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные
			вопросы; во время защиты отсутствует вывод
«Не зачтено»	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

**3. Типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения основной профессиональной образовательной программы**

**Образцы индивидуальных заданий**  
**Контрольные и индивидуальные задания**  
**Дифференциальные уравнения первого порядка**

1. С помощью изоклин изобразить схематически решение уравнения  
 $2(y + y') = x + 2$ .

2. Решить уравнения, при необходимости сведя их к уравнениям с разделяющимися переменными

1.  $(x^3 + 2x)y^2 dy = x dx$ ;    2.  $dy = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} dx$ ;    3.  $\frac{y'}{y} = x \cos^2 y$ ;

4.  $y'x^2e^y = e^{-y}$ ,  $y(1) = 0$ ;    5.  $2(x + y)dy + (3x + 3y - 1)dx = 0$ ,  $y(0) = 2$ .

3. Решить однородные уравнения

1.  $x^2 y' - y^2 = 2x^2$ ;    2.  $xy' = y(\ln y - \ln x)$ ;    3.  $xydy - y^2 dx = (x + y)^2 e^{-y/x} dx$ ;

4.  $y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}$ ;    5.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ ,  $y(0) = 1$ .

4. Решить уравнения, при необходимости сведя их к линейным

1.  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ;    2.  $2ydx + (y^2 - 6x)dy = 0$ ;    3.  $xy' = y + x^2 \cos x$ ;



4.  $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x$ ,  $y(2) = 1,5$ ;      5.  $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .

5. Решить уравнение Бернулли

1.  $y' = x^3 y^3 - xy$ ;      2.  $xy + 2y = x^5 y$ ;      3.  $2(xy' + y) = y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 2$ .

6. Решить уравнение в полных дифференциалах

1.  $(y + \frac{2}{x^2})dx + (x + \frac{3}{y^2})dy = 0$ ; 2.  $\frac{3x^2 + y}{y^2}dx = \frac{2x^3 + xy + 2y^3}{y^3}dy$ .

7. Найти интегрирующий множитель и общее решение уравнения

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0.$$

8. Определить тип уравнения и указать способ его решения:

1.  $xy' - xe^{x/y} = 2$ ; 2.  $xydx + (x+1)dy = 0$ ; 3.  $xy' + 3xy^3 = 2y$ ;

4.  $dy + (3y - e^{3x})dx = 0$ ; 5.  $(x^3 + y^2)dx + 2xydy = 0$ .

9. Найти общее и особое (если оно существует) решения уравнений

1.  $(xy^2 + x)dx + (y^3 - x^3y^3)dy = 0$ ; 2.  $xy' + y = y^2$ ; 3.  $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ ;

4.  $y = \frac{1}{x}(1 + \ln y - \ln x)$ ; 5.  $xe^{-x}dx + (x - ye^{-x} + y)dy = 0$ .

10. Решить задачу Коши

1.  $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2}{1+x^2}$ ,  $y(0) = -1$ ; 2.  $3y' + 2xy = 2xye^{-2x^2}$ ,  $y(0) = 1$ ;

3.  $ydx = (3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - x)dy$ ,  $y(16) = \pi$ .

11. Решить уравнения

1.  $y = x + y' - \ln y$ ; 2.  $x[(y')^2 - 1] = 2y'$ ; 3.  $y = xy' - (y')^2$ .

## Дифференциальные уравнения высших порядков

1. Решить уравнения, понизив их порядок

1.  $y'' + 2xy' = 0$ ; 2.  $(y-1)y'' = 2(y')^2$ ;

3.  $y''' + 3y'y'' = 0$ ; 4.  $yy'' = 2x(y')^2$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 0,5$ .

1. Найти общее решение уравнения

1.  $y'' - 2y' + 4y = 0$ ; 2.  $y'' + 6y' + 9y = 0$ ; 3.  $y'' + 4y = 0$ .

2. Решить задачу Коши

1.  $3y'' - 2y' - 8y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 2$ ; 2.  $y'' + \frac{\pi}{4}y' + \frac{\pi}{4}y = 0$ ,  $y(\frac{\pi}{4}) = 2$ ,  $y'(\frac{\pi}{4}) = 1$ .

3. Найти общее решение уравнения

$$2y'' + y' - y = f(x),$$

если

1.  $f(x) = 3e^{-x}$ ;  $f(x) = 3x^2 - 1$ ;
- 2.
3.  $f(x) = 2\sin x$ ;  $f(x) = e^x \cos 2x$ .
- 4.

4. Найти решение задачи Коши

$$y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4}x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2},$$

методами Лагранжа и Коши.

5. Найти общее решение

1.  $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x;$

2.  $y^{(4)} - y''' = 5(x + 2)^3;$

3.  $(4x + 3)^2 y'' + (4x + 3)y' - 16y = 0;$

4.  $x^2 y'' - 3xy' + 3y = -\ln x.$

## Системы дифференциальных уравнений

1. Найти решения линейных систем

1)  $\begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases} \quad . \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases} \quad , \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1. \end{matrix}$

3)  $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases} \quad . \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases} \quad .$

2. Решить систему дифференциальных уравнений методом Лагранжа

$$\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -6x + y + \frac{1}{1 + e^{2t}}. \end{cases}$$

3. Решить разными методами (или методом исключений, или методом Эйлера, или матричным методом) две системы дифференциальных уравнений  $\vec{x}' = A\vec{x}$ , где

1)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \quad 2) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -2,$

$\lambda_2 = 3, \quad 2) A = \begin{pmatrix} -4 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \lambda_2 = -2,$

$\lambda_3 = 5; \quad \lambda_3 = 2.$

Записать матрицант каждой системы и найти их фундаментальные системы решений.

4. Решить систему дифференциальных уравнений

$$x'' - y'' + y' + x - 3y = 0,$$

$$4y'' - 2x'' - x' - 2x + 5y = 0.$$

**Контрольная работа по теме**

**«Дифференциальные уравнения первого порядка»**

**Вариант № 1**

**I. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:**

1.  $(y + y \ln x)dx - (x - xy)dy = 0.$

2.  $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$

3.  $(xy^2 + \frac{x}{y^2})dx + (x^2y - \frac{x^2}{y^3})dy = 0.$

**II. Найти частные решения**

1.  $xy' - y = x \operatorname{tg} \left( \frac{y}{x} \right), \quad y(1) = 1.$

2.  $e^y dx = (2y - xe^y)dy, \quad y(-1) = 0.$

**Контрольная работа по теме**

**«Дифференциальные уравнения высших порядков»**

**Вариант №1**

**I. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:**

1.  $y' = y' + x.$

2.  $y' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$

**II. Решить задачу Коши:**

1.  $yy' + (y')^2 = 0, \quad y(1)=1, y'(1)=1.$

2.  $y' - y' = e^{-x} + 2x, \quad y(0)=1, y'(0)=1.$

**Образец экзаменационного билета**

**Билет 1**

**Дифференциальные уравнения**

1. Определение и способ решения дифференциального уравнения Бернулли.

2. Системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
3. Найти общее решение уравнения  $x^2 y' - \cos 2y = 1$ .
4. По виду правой части и корням характеристического уравнения записать частное решение уравнения  $y' + y = 4x \cos x$ .
5. Найти частное решение уравнения  $y' = 2\sqrt{y} \ln x$ ,  $y(e) = 1$ .

### **Примерная тематика курсовых работ**

1. Разностные методы решения дифференциальных уравнений
2. Решение систем дифференциальных уравнений методом Адамса
3. Численные методы при решении дифференциальных уравнений. Численное интегрирование. Формула прямоугольников.
4. Решение систем дифференциальных уравнений методом Эйлера
5. Расчет полета снаряда
6. Решение систем дифференциальных уравнений методом прогноза и коррекции
7. Численные методы. Приближенные вычисления. Интерполирование функций. Применение численных методов.

### ***Перечень примерных вопросов и заданий для самостоятельной работы:***

1. Какое уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением? Порядок дифференциального уравнения. Что называют решением дифференциального уравнения?
2. Какое уравнение называется уравнением первого порядка в частных производных? Понятие полного интеграла. Линейные и нелинейные задачи.
3. Геометрическая интерпретация уравнения первого порядка и его решения. Поле направлений, интегральные кривые О.Д.У.?
4. Какое уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными? Метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными?
5. Какие уравнения первого порядка называются линейными? Линейные однородные и неоднородные уравнения? Методы их решения. Уравнение Бернулли и его решение?
6. Какое дифференциальное уравнение называется однородным уравнением первого порядка? Методы его решения.
7. Что такое полный дифференциал? Уравнения в полных дифференциалах? Методы их решения.
8. Что такое математическая модель? Этапы построения математической модели процесса или явления? Примеры простейших моделей на базе дифференциальных уравнений первого порядка?
9. Простейшие уравнения высших порядков и их решения методом понижения порядка?
10. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка и их решения? Какие линейные уравнения называются однородными и неоднородными? Теорема о структуре решения линейного однородного и неоднородного уравнения? Решения неоднородного

уравнения в случае специальной правой части, методом вариации произвольных постоянных?

11. Математические модели на базе уравнений второго порядка? Примеры моделей. Краевые задачи.

**Вопросы к экзамену:**

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений – порядок уравнения, геометрическая интерпретация уравнения и его решения, и т.д. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, стандартный вид и методы решения.
3. Линейные уравнения первого порядка-стандартный вид и методы решения. Уравнение Бернулли.
4. Однородные дифференциальные уравнения – стандартный вид и методы их решения.
5. Уравнения в полных дифференциалах-стандартный вид и методы их решения.
6. Простейшие уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро-стандартный вид и методы их решения.
7. Простейшие уравнения высших порядков-стандартный вид и методы их решения.
8. Линейные однородные уравнения второго порядка-теорема о строении решения и методы его решения.
9. Линейные неоднородные уравнения второго порядка –теорема о строении общего решения и методы решения вариацией произвольных постоянных.
10. Линейные неоднородные уравнения со специальной правой частью.
11. Общие понятия о системах дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений.
12. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Классификация краевых задач-линейная, однородная и неоднородная краевая задача.
13. Приближенное интегрирование систем дифференциальных уравнений и уравнений высших порядков. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.
14. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Уравнения линейные относительно производных (частные случаи интегрирования).

**Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой