

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФГБОУ ВО «ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Финансы и кредит»

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора по учебной работе

_____ Ф.Д. Кодзоева

« 30 » июня 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.02 «АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Направление подготовки **09.03.02 Информационные системы и технологии**

Профиль: ***«Банковские информационные системы и технологии»***

Квалификация выпускника – ***бакалавр***

Форма обучения: ***очная***

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» являются:

- овладеть основными методами современной алгебры;
- приобрести опыт использования алгебраических методов в процессе решения задач смежных математических дисциплин (геометрии, матем. анализа и т. д);
- получить представление о роли алгебры в системе математического знания и перспективах ее применения в естественных и гуманитарных науках;
- овладеть методами аналитической геометрии.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников.

В рамках освоения данной программы бакалавриата выпускники готовятся к решению задач профессиональной деятельности следующих типов: производственно-технологический, проектный, научно-исследовательский.

Перечень задач профессиональной деятельности выпускников:

Область профессиональной деятельности (по Реестру Минтруда)	Типы задач профессиональной деятельности	Задачи профессиональной деятельности	Объекты профессиональной деятельности (или области знания)
06 Связь, информационные и коммуникационные технологии	Производственно-технологический	Интеграция программных модулей и компонент	программное обеспечение информационных систем
		Обеспечение функционирования баз данных, предотвращение потерь и повреждений данных, обеспечение информационной безопасности	базы данных и хранилища информации.
		Выполнение работ по созданию (модификации) и сопровождению информационных систем	информационные системы и технологии

		Управление программно-аппаратными средствами инфокоммуникационной системы организации, администрирование сетей	сети и телекоммуникации
	Проектный	Разработка требований и проектирование программного обеспечения	программное обеспечение информационных систем; проекты в области информационных технологий
		Управление проектами в области информационных технологий	проекты в области информационных технологий
		Концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем малого и среднего масштаба и сложности	проекты в области информационных технологий
		Логическое и функциональное создание комплекса программ	проекты в области информационных технологий
		Оценка юзабилити дизайна интерфейсов информационных систем	интерфейсы информационных систем
40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере организации и проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в области информатики и вычислительной техники)	Научно-исследовательский	Исследование моделей и методов информационных систем и технологий	информационные системы и технологии

Перечень профессиональных стандартов, соответствующих профессиональной деятельности выпускников, освоивших программу бакалавриата по направлению подготовки **09.03.02 Информационные системы и технологии:**

№ п/п	Код профессионального стандарта	Наименование области профессиональной деятельности. Наименование профессионального стандарта
06 Связь, информационные и коммуникационные технологии		
1.	06.001	Профессиональный <u>стандарт</u> "Программист", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 ноября 2013 г. N 679н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 18 декабря 2013 г., регистрационный N 30635), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
2.	06.011	Профессиональный <u>стандарт</u> "Администратор баз данных", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 17 сентября 2014 г. N 647н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 г., регистрационный N 34846), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
3.	06.015	Профессиональный <u>стандарт</u> "Специалист по информационным системам", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 ноября 2014 г. N 896н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 декабря 2014 г., регистрационный N 35361), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
4.	06.016	Профессиональный <u>стандарт</u> "Руководитель проектов в области информационных технологий", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 ноября 2014 г. N 893н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 9 декабря 2014 г., регистрационный N 35117), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
5.	06.022	Профессиональный <u>стандарт</u> "Системный аналитик", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 28 октября 2014 г. N 809н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 24 ноября 2014 г., регистрационный N 34882), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 12 декабря 2016 г. N 727н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2017 г., регистрационный N 45230)
6.	06.025	Профессиональный <u>стандарт</u> "Специалист по дизайну графических и пользовательских интерфейсов", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 5 октября 2015 г. N 689н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 30 октября 2015 г., регистрационный N 39558)
7.	06.026	Профессиональный <u>стандарт</u> "Системный администратор информационно-коммуникационных систем", утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 5 октября 2015 г. N 684н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 октября 2015 г., регистрационный N 39361)
8	08.007	Профессиональный стандарт «Специалист казначейства банка», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 9 июля 2018 года N 456н https://profstandart-rosmintrud.ru/reestr-profstandartov/ . (зарегистрирован в Министерстве юстиции Российской Федерации 26 июля 2018 года, регистрационный N 51705)
40 Сквозные виды профессиональной деятельности		
9.	40.011	Профессиональный стандарт «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» (с изменениями на 12 декабря 2016 года), утвержденный

		приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 4 марта 2014г. №121н(зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 21.03.2014, регистрационный №31692)
--	--	---

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
<u>06.001 Разработка программного обеспечения</u> (наименование вида профессиональной деятельности)		
ОКЗ	2132	Программисты
	2131	Разработчики и аналитики компьютерных систем
<u>06.011 Поддержание эффективной работы баз данных, обеспечивающих функционирование информационных систем в организации</u> (наименование вида профессиональной деятельности)		
ОКЗ	2139	Специалисты по компьютерам, не вошедшие в другие группы
<u>06.015 Создание и поддержка информационных систем (ИС) в экономике</u> (наименование вида профессиональной деятельности)		
ОКЗ	1236	Руководители подразделений (служб) компьютерного обеспечения
	2131	Разработчики и аналитики компьютерных систем
	2132	Программисты
	2139	Специалисты по компьютерам, не вошедшие в другие группы
<u>06.016 Руководитель проектов в области информационных технологий</u> (наименование вида профессиональной деятельности)		
ОКЗ	1236	Руководители подразделений (служб) компьютерного обеспечения
<u>06.022 Системный аналитик</u> (наименование вида профессиональной деятельности)		
ОКЗ	2131	Разработчики и аналитики компьютерных систем
ОКЗ	1236	Руководители подразделений (служб) компьютерного обеспечения
<u>06.025 Специалист по дизайну графических пользовательских интерфейсов</u> (наименование вида профессиональной деятельности)		
ОКЗ	2166	Графические и мультимедийные дизайнеры
ОКЗ	3514	Специалисты-техники по Web
ОКЗ	2519	Разработчики и аналитики программного обеспечения и приложений, не входящие в другие группы
<u>06.026 Системный администратор информационно-коммуникационных систем</u> (наименование вида профессиональной деятельности)		
ОКЗ	2149	Специалисты в области техники, не входящие в

		<i>другие группы</i>
ОКЗ	2522	<i>Системные администраторы</i>
ОКЗ	3513	<i>Специалисты-техники по компьютерным сетям и системам</i>
ОКЗ	2153	<i>Инженеры по телекоммуникациям</i>
ОКЗ	2523	<i>Специалисты по компьютерным сетям</i>
40.011 «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» <i>(наименование вида профессиональной деятельности)</i>		
ОКЗ	1237	<i>Руководители подразделений (служб) научно-технического развития</i>
ОКЗ	2145	<i>Инженеры-механики и технологи машиностроения</i>

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» относится к дисциплинам вариативной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата по направлению подготовки **09.03.02 Информационные системы и технологии** очной формы обучения. Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса математики.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин: Математический анализ, Обыкновенные дифференциальные уравнения, ТВМС, Дискретная математика.

В результате изучения данного курса осуществляются межпредметные связи с такими предметами, как Математическая логика и теория алгоритмов, Математический анализ, Дифференциальные уравнения.

3. Результаты освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Процесс изучения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции
УК-1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК 1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;
		УК-1.2.: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;
		УК-1.3.: Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;
		УК-1.4.: При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;
		УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты

		<p>решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>
ОПК-1	<p>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p>
		<p>ОПК-1.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>

4. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов

Объем дисциплины и виды учебной работы

	Всего	Порядковый номер семестра			
		1			
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	180 (5 з.е.)	180			
Курсовой проект (работа)	Не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	102	102			
Лекции	54	54			
Практические занятия, семинары	48	48			
Лабораторные работы	Не предусмотрено				
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	51	51			
Вид итоговой аттестации:	27	Экзамен 27			
Зачет					
Экзамен		+			
Общая трудоемкость дисциплины	180	180			

5.1. Структура дисциплины (модуля) «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Метод сечений. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоиды и гиперboloиды. Параболоиды.																	
Общая трудоемкость, в часах		180	54	48			51										

5.2. Содержание дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Раздел 1. Системы линейных

уравнений

Тема 1.1. Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.

Системы линейных уравнений. Равносильность систем. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы

Тема 2.1 Множества, операции над множествами

Множества, операции над множествами, их свойства. Диаграммы Эйлера-Венна. Прямое произведение множеств.

Тема 2.2. Бинарные отношения

Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиение на классы эквивалентности. Фактор-множество. Отношение порядка. Функциональные отношения (отображения). Композиция функций.

Тема 2.3. Алгебраические операции. Понятие алгебры

Бинарные операции, их свойства. Понятие алгебры, подалгебры.

Тема 2.4. Группа. Изоморфизм групп

Группа: определение, свойства, примеры. Подгруппа. Изоморфизм групп.

Тема 2.5. Кольцо. Изоморфизм колец

Кольцо: определение, простейшие свойства, примеры. Кольцо классов вычетов. Изоморфизм колец.

Тема 2.6. Поле.

Поле: определение, простейшие свойства, примеры. **Тема 2.7. Поле комплексных чисел**

Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Тема 2.8. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса

Раздел 3. Векторное пространство

Тема 3.1. Векторное пространство. Подпространство

Векторное пространство: определение, простейшие свойства, примеры. Подпространство. Арифметическое векторное пространство.

Тема 3.2. Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Изоморфизм векторных пространств

Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координаты вектора в базисе. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств.

Тема 3.3. Матрицы. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений

Матрицы. Элементарные преобразования матриц. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Тема 3.4. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений

Системы линейных однородных уравнений. Пространства решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы однородных линейных уравнений.

Раздел 4. Матрицы и определители

Тема 4.1. Операции над матрицами. Обратная матрица

Матрицы, операции над матрицами. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы.

Условие обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.

Тема 4.2. Перестановки. Группа подстановок

Перестановки: определение, примеры. Подстановки. Группа подстановок. Четность подстановки.

Тема 4.3. Определитель квадратной матрицы

Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства определителя нулю. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.

Тема 4.4. Решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера

Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система линейных уравнений имеет нетривиальные решения.

Раздел 5. Координаты на прямой и плоскости.

Тема 1.1. Ось и отрезки оси. Координаты на прямой. Числовая ось. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости. Понятие о декартовых косоугольных координатах. Полярные координаты. Аффинные и прямоугольные декартовы координаты точек на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи аналитической геометрии. Уравнения линий и поверхностей. Полярные координаты точек плоскости.

Раздел 2. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.

Тема 2.1. Проекция отрезка. Расстояние между двумя точками. Вычисление площади треугольника. Деление отрезка в данном отношении. Преобразование декартовых координат (при параллельном сдвиге осей, при повороте осей, при изменении начала координат и повороте осей).

Раздел 3. Уравнение линии.

Тема 3.1. Понятие уравнения линии. Примеры задания линий при помощи уравнений. Примеры вывода уравнений заранее данных линий. Задача о пересечении двух линий. Параметрические уравнения линии. Алгебраические линии.

Раздел 4. Линии первого порядка.

Тема 4.1. Угловой коэффициент. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Вычисление угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Прямая как линия первого порядка. Общее уравнение прямой. Неполное уравнение первой степени. Уравнение прямой «в отрезках». Совместное исследование уравнений двух прямых. Нормальное уравнение прямой. Задача вычисления расстояния от точки до прямой. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой в аффинной системе координат. Геометрический смысл линейного неравенства с двумя неизвестными. Уравнение прямой в прямоугольной декартовой системе координат.

Раздел 5. Геометрические свойства линий второго порядка (кривые второго порядка).

Тема 5.1. Эллипс. Определение эллипса и вывод его канонического уравнения. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет эллипса. Рациональные выражения фокальных радиусов эллипса. Построение эллипса по точкам. Параметрические уравнения эллипса. Эллипс как проекция окружности на плоскость. Эллипс как сечение круглого цилиндра. Гипербола. Определение гиперболы и вывод ее канонического уравнения. Исследование формы гиперболы. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола. Полярные уравнения кривых второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Асимптотические направления кривой второго порядка. Центр, касательные и диаметры кривой второго порядка.

Раздел 6. Некоторые простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве.

Тема 6.1. Декартовы прямоугольные координаты в пространстве. Понятие свободного вектора. Проекция вектора на ось. Проекция вектора на оси координат. Направляющие косинусы. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.

Раздел 7. Линейные операции над векторами.

Тема 7.1. Определение линейных операций и основные свойства линейных операций. Разность векторов. Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Координаты векторов на плоскости и в пространстве. Ориентация плоскости и пространства. Основные теоремы о проекциях. Разложение векторов на компоненты. Скалярное произведение векторов и его основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Векторное и смешанное произведение векторов.

Раздел 8. Уравнение поверхности и уравнения линии.

Тема 8.1. Уравнение поверхности. Уравнение линии. Задача о пересечении трех поверхностей. Уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей. Алгебраические поверхности.

Раздел 9. Плоскость как поверхность первого порядка. Прямая в пространстве

Тема 9.1. Плоскость как поверхность первого порядка. Неполные уравнения плоскостей. Уравнения плоскости «в отрезках». Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнения прямой. Направляющий вектор прямой. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой. Некоторые дополнительные предложения и примеры.

Тема 9.2. Уравнение плоскости в пространстве в аффинной системе координат.

Уравнение плоскости в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат.

Уравнение прямой в пространстве в аффинной системе координат. Уравнение прямой в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат.

Раздел 10. Поверхности второго порядка

Тема 10.1. Метод сечений. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Эллипсоиды и гиперболоиды. Параболоиды.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы	
				очно	
1	2	3	4	5	
		Раздел 1. Системы линейных уравнений		4	
1	1.1.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none">работа с теоретическим материалом; изучение основных понятий и определений темы: понятие равносильности системы, понятие решения системы, понятий основная матрица и основной определитель системы.решение задач и упражнений; стандарт: решение систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными; вариативные: решение систем с параметрами, определение условий совместности системы и количества ее решений;	осн.: 2, до пол.: 2, 3 ОЛ [3] № 562, 735 №739 ДЛ[6] № 5.3.9 (a-e)	4	

		Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы		58	
2	2.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом; определения основных операций над множествами, изучение их свойств, доказательства равенств множеств, диаграммы Эйлера - Венна. • решение задач и упражнений; <p>стандарт: доказательство равенств множеств, использование диаграмм Эйлера - Венна. Вариативные: доказательство основных свойств операций над множествами, использование универсального множества, симметрической разности множеств.</p> <ul style="list-style-type: none"> • подготовка к контрольной работе. 	<p>осн.: 3</p> <p>ДЛ[6]</p> <p>№ 1.3.1-1.3.15</p> <p>№ 1.4.9-1.4.17</p>	10	
3-5	2.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом; изучение основных определений: определение бинарного отношения, его свойств, определение отношения эквивалентности. Изучение функциональных отношений, отображений. • решение задач и упражнений; <p>стандарт.: определение свойств бинарного отношения.</p> <p>вариативные: построение бинарных отношений с заданными свойствами. Определение свойств отображений, являющихся композицией основных элементарных функций.</p> <ul style="list-style-type: none"> • подготовка к контрольной работе. 	<p>осн.: 3</p> <p>ДЛ[6]</p> <p>№ 1.6.1-1.6.3</p> <p>№ 1.6.6, 1.7.1</p> <p>№ 1.7.14</p>	10	
6	2.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом; изучение основных свойств бинарных операций, изучение понятия алгебры. • решение задач и упражнений <p>стандарт.: свойства основных арифметических операций на числовых множествах. вариативные: изучение свойств бинарных операций на геометрическом материале и на нечисловых</p>	<p>осн.: 3,4 доп. 2,3.</p> <p>ДЛ[6]</p> <p>№2.1.1</p> <p>№2.1.7-2.1.13</p>	6	

		<p>множествах.</p> <ul style="list-style-type: none"> подготовка к собеседованию. 			
7	2.4.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение основных определений по теме, доказательство простейших свойств групп. решение задач и упражнений; <p>стандарт.: задачи на распознавание структуры группы в числовых множествах, вариативные: задачи на узнавание структуры группы на геометрическом материале, на множествах остатков от деления целых чисел на простые числа и т. д.</p>	<p>осн.: 1, 2 доп. 2.</p> <p>ОЛ [3] № 1634, 1635</p> <p>№ 1636</p> <p>ДЛ[6] №2.3.2, 2.3.13</p>	4	
8	2.5.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, доказательство простейших свойств кольца. решение задач и упражнений; <p>задачи на узнавание структуры кольца, построение примеров кольца, построение примеров делителей нуля.</p>	<p>осн.: 1, 2 доп.: 2</p> <p>ОЛ [3] № 1709-1723</p> <p>ДЛ[6] №2.4.1-2.4.3</p>	4	
9	2.6.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, разбор доказательств основных утверждений. решение задач и упражнений; <p>построение примеров полей, конечных полей, полей классов вычетов,</p> <ul style="list-style-type: none"> подготовка к тесту 	<p>осн.: 1,2, 5 доп.: 5</p> <p>ОЛ [3] № 1735, 1736</p> <p>ДЛ[6] №3.1.1-3.1.12</p>	6	
10-11	2.7.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом; изучение теоретического материала по теме. решение задач и упражнений; <p>стандарт: выполнение операций над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме ,вариативные: рассмотрение групп корней p-й степени из единицы, отыскание первообразных</p>	<p>осн. 2, 3 доп.: 5</p> <p>ОЛ [5] №2.1-2.35 ДЛ[6] № 3.3.9-3.3.21</p> <p>№ 3.3.29</p>	12	

		корней.			
		<ul style="list-style-type: none"> подготовка к контрольной работе, тесту 			
12	2.8..	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом; изучение понятия элементарных преобразований системы линейных уравнений, равносильности систем, свободных и связанных переменных. решение задач и упражнений; <p>стандарт.: решение систем линейных уравнений методом Гаусса.</p> <p>вариативные: решение систем линейных уравнений с параметром.</p> <ul style="list-style-type: none"> подготовка к контрольной работе 	<p>осн.: 2, 3, 4 допол.: 5</p> <p>ОЛ [3] № 689-704</p>	6	
		Раздел 3. Векторное пространство		11	
13	3.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение основных определений темы. Разбор доказательства простейших свойств векторных пространств. решение задач и упражнений: <p>решение задач на узнавание структуры векторного пространства.</p>	<p>осн.: 1, 3, допол.: 2,3.</p> <p>ОЛ [3] № 1277-1294 № 1310-1313</p>	4	
14-15	3.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: <p>работа по усвоению основных определений линейной зависимости и независимости системы векторов.</p> <ul style="list-style-type: none"> решение задач и упражнений: <p>решение задач на определение линейной зависимости и независимости системы векторов.</p> <ul style="list-style-type: none"> подготовка к коллоквиуму 	<p>осн.: 1, 2, 3, 4 допол.: 2,3.</p> <p>ДЛ[6] № 6.2.7-6.2.9</p>	3	
16-17	3.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: <p>работа с основными определениями темы, доказательство равенства строчечного и столбцового рангов матрицы, работа с доказательством критерия</p>	<p>осн.: 1, 2, 3, 4 допол.:2,3,5.</p> <p>ОЛ[3] №608-611 № 619-622</p>	2	

		совместности системы линейных уравнений..			
		<ul style="list-style-type: none"> решение задач и упражнений: <p>решение задач на определение ранга матрицы. Решение задач на применение критерия совместности системы линейных уравнений.</p> <ul style="list-style-type: none"> подготовка к коллоквиуму 			
18	3.4.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: <p>работа с определениями однородной системы линейных уравнений, пространства ее решений, фундаментальным набором решений.</p> <ul style="list-style-type: none"> решение задач и упражнений: <p>решение задач на отыскание фундаментального набора решений системы линейных однородных уравнений.</p>	<p>осн.: 1, 2, 3, 4 до пол. :2,3,5.</p> <p>ОЛ[3]</p> <p>№ 724-732 № 735-740</p>	2	
		Раздел 4. Операции над матрицами . Обратная матрица		12	
1-2	4.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: усвоение определений основных операций над матрицами и их свойств. решение задач и упражнений; <p>стандарт: выполнение основных операций над матрицами.</p> <p>вариативные: вычисление результатов возведения некоторых матриц в степень, определение матриц, перестановочных с данной.</p>	<p>осн.: 1, 2, 3, 4 доп.: 2, 3, 5.</p> <p>ОЛ [3]</p> <p>№ 788-791 № 799, 822</p> <p>№ 836-847</p>	4	
3	4.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение определений перестановки, подстановки и их свойств, понятия четности подстановки. решение задач и упражнений: <p>стандарт.: задачи на построение перестановок и</p>	<p>осн.: 1, 2, 4 доп.: 1, 5, 7, 8</p> <p>ОЛ [3] № 123-138 № 151-154 № 169-173</p>	4	

		подстановок 77-й степени, построение таблиц операций в группах подстановок 2, 3, 4 степеней, определение четности подстановки.вариативные : нахождение подгрупп группы подстановок, установление изоморфизма между группами самосовмещений треугольника, квадрата и группами подстановок соответствующей степени.			
4-7	4.3.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: изучение определения определителя и его свойств. • решение задач и упражнений: <p>вычисление определителей 2, 3-го порядка, вычисление определителей третьего порядка по правилу треугольников, вычисление определителей третьего и более высокого порядка методом разложения по строке или столбцу.вариативные: вычисление буквенных определителей п-го порядка</p> • подготовка к собеседованию 		2	
8	4.4.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: изучение теоретического материала по теме. • решение задач и упражнений: решение задач на умение записать систему линейных уравнений в матричной форме, на правило Крамера. 		2	
		Раздел 5. Линейные отображения векторных пространств		18	
9	5.1.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: изучение определений суммы и пересечения подпространств, доказательства теоремы о размерности суммы подпространств. • решение задач и упражнений; <p>стандарт: решение задач на отыскание размерности суммы и пересечения подпространств и их базисов.</p> • подготовка к контрольной работе. 		13	

10-11	5.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: изучение определения линейного отображения, способов задания линейного отображения, понятия матрицы линейного оператора. • решение задач и упражнений: <p>решение задач на определение линейного отображения, отыскание матрицы линейного оператора.</p> <ul style="list-style-type: none"> • подготовка к контрольной работе, коллоквиуму 		14	
12-13	5.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы, доказательства теоремы о том, что множество собственных векторов линейного оператора совпадает с ядром линейного оператора $\langle p - X e$. • решение задач и упражнений: <p>решение задач на отыскание собственных значений и собственных векторов линейного оператора.</p> <ul style="list-style-type: none"> • подготовка к контрольной работе, коллоквиуму 		13	
14-15	5.4.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы. • решение задач и упражнений: <p>решение задач на выполнение операций над линейными операторами, отыскание матрицы суммы и произведения линейных операторов. Подготовка к контрольной работе</p>	<p>осн. 3,4, доп. 2,3,4.</p> <p>ОЛ [3] № 1479-1483 № 1456-1457</p>	14	
16-17	5.5.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: Изучение понятия скалярного произведения векторов и евклидова векторного пространства, его свойств, ортогонального базиса пространства и ортогонального дополнения. • решение задач и упражнений: на вычисление скалярного произведения векторов, применение 	<p>осн. 3,4, доп. 2,3,4.</p> <p>ОЛ [3] № 1359-1365</p>	12	

		<ul style="list-style-type: none"> свойств скалярного произведения, построения ортогонального базиса пространства методом ортогонализации системы векторов. 			
18	5.6.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение основных определений и понятий темы. решение задач и упражнений: <p>решение задач на задание нормы в векторном пространстве, вычисление нормы вектора, построения ортонормированного базиса пространства.</p>	<p>осн. 3,4. . доп. 2,3,4.</p> <p>ОЛ [3] № 1385-1388</p>	2	
		Раздел 6. Некоторые простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве.		48	
1	6.1.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение основных определений ; решение задач и упражнений: <p>решение задач аналитической геометрии в пространстве.</p>	<p>осн. 1,3,5. доп. 4.</p> <p>ОЛ [3] № 1659 (а-з)</p>	16	
2	6.2.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий и определений темы, разбор доказательства теоремы Лагранжа. решение задач и упражнений: <p>решение задач на применение теоремы Лагранжа. Решение задач на порядок элемента группы, построение циклических групп, отыскание их подгрупп.</p>	<p>осн. 1,2,3, доп. 2,3.</p> <p>ОЛ [3] № 1651-1655</p>	16	
3	6.3.	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение понятия нормального делителя группы, фактор-группы, гомоморфизмов групп. Разбор доказательства теоремы о гомоморфизмах групп. решение задач и упражнений: <p>решение задач на построение фактор-групп по</p>	<p>осн. 1,2,3, доп. 2,3.</p> <p>ОЛ [3] № 1681, 1685 М 1692</p>	16	

		нормальным делителям групп для конечных и бесконечных групп. Построение гомоморфизмов групп.			
		Раздел 7. Линейные операции над векторами.		48	
4	7.1.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: • изучение основных определений по теме: 	осн. 1,2,3, доп. 2,3.	24	
1	2	3	4	5	
		Определение линейных операций и основные свойства линейных операций. Разность векторов. Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Координаты векторов на плоскости и в пространстве. Ориентация плоскости и пространства.	ОЛ [3] № 1781-1783	4	
5	7.2.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: Основные теоремы о проекциях. Разложение векторов на компоненты. Скалярное произведение векторов и его основные свойства. • решение задач и упражнений: <p>Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Векторное и смешанное произведение векторов.</p> <ul style="list-style-type: none"> • подготовка к коллоквиуму. 	осн. 1,2,3, доп. 2,3. ОЛ [3] № 1785, 1791 № 1793	24	
		Раздел 8. Уравнение поверхности и уравнения линии.		60	
6-8	8.1.	Подготовка к аудиторному занятию: <p>Уравнение поверхности. Уравнение линии.</p> <ul style="list-style-type: none"> • работа с теоретическим материалом: • решение задач и упражнений: <p>Уравнение поверхности. Уравнение линии. Задача о пересечении трех поверхностей. Уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей. Алгебраические поверхности.</p>	осн. 2,3, доп. 2,3,5		

		<ul style="list-style-type: none"> подготовка к коллоквиуму. 			
			ДЛ[5] № 2501-2505 № 2603		
9-11	8.2.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: Задача о пересечении трех поверхностей. 	осн. 2,3, доп. 2,3,5.	18	
		<ul style="list-style-type: none"> решение задач и упражнений: Уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными одной из координатных осей. подготовка к контрольной работе			
			ДЛ[5] №3109-3110		
12-16	8.3.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: Алгебраические поверхности. решение задач и упражнений: Алгебраические поверхности. подготовка к собеседованию, контрольной работе 	осн. 2,3, доп. 2,3,5 ДЛ[5] № 2701-2708 № 2802, 2809.	20	
		Раздел 9. Плоскость как поверхность первого порядка. Прямая в пространстве		48	
17	9.1.	Подготовка к аудиторному занятию: <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: Плоскость как поверхность первого порядка. Неполные уравнения плоскостей. Уравнения плоскости «в отрезках». Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнения прямой. Направляющий вектор прямой. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой. Некоторые дополнительные предложения и примеры. <ul style="list-style-type: none"> решение задач и упражнений: 	осн. 2,3, доп. 2,3,5. ДЛ[6] № 12.6.1-12.3.12	20	

		<p>решение задач на отыскание минимального многочлена алгебраического элемента поля.</p> <ul style="list-style-type: none"> подготовка к контрольной 			
18	9.2	<p>Подготовка к аудиторному занятию:</p> <ul style="list-style-type: none"> работа с теоретическим материалом: изучение понятия конечного алгебраического расширения поля, понятия алгебраического числа, поля алгебраических чисел, его алгебраической замкнутости. решение задач и упражнений 	<p>осн. 2,3, доп. 2,3,5. ДЛ[6] № 12.6.10</p>	14	
	9.3	Подготовка к контрольной работе		14	

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки.

В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу.

Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизаций знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Вид работ	Методические рекомендации
Лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.

Практ. занятия	<p>В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачах. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу.</p> <p>Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы.</p>
Самост. работа	<p>Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы</p>
Подготовка к экзамену	<p>Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательно уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.</p>

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр.работа(проверка и оценка)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 1м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-1
2	Тестирование. Подготовка к тестированию(оценка результатов)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 в 1м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 1м семестре	УК-1, ОПК-1
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 1м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 1м семестре	УК-1, ОПК-1
4	Экзамен в первом семестре	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре	УК-1, ОПК-1
5	Экзамен в первом семестре	Раздел 4- Раздел 5 в 1м семестре	УК-1, ОПК-1
6	Экзамен в первом семестре	Раздел 6- Раздел 9 в 1м семестре	УК-1, ОПК-1

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации.

**Вопросы и задания для контроля работы студентов по дисциплине « Линейная алгебра
и аналитическая геометрия».**

Вариант -1.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2x & -2 \\ 7 & x \end{vmatrix} > 5.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -8 & -13 & -14 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 8 & 12 & 6 \\ 1 & 0 & 5 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B + 2 \cdot C^T = 3 \cdot x$$

Вариант -2.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 9 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 - 3 \cdot A \cdot C = 2 \cdot x^T.$$

Вариант -3.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 7x^2 + 9x - 4 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 8 \\ -1 & 0 & -4 & -1 \\ -2 & -4 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot E)^2 + C \cdot A = 4 \cdot x^T$$

Вариант -4.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 + 3x - 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A - 2 \cdot B^T = \frac{1}{3} \cdot x.$$

Вариант -5.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -x^2 - 2x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 5 & 7 & -11 \\ 6 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot C)^T + 2 \cdot A = \frac{1}{2} \cdot x$$

Вариант -6.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} ax & a^2 + x^2 & 1 \\ ay & a^2 + y^2 & 1 \\ az & a^2 + z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -3x^2 - 3x + 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (D \cdot A)^T + C = 4 \cdot x$$

Вариант -7

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix} > 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} m+a & m-a & a \\ m+a & 2n-a & a \\ a & -a & a \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 9x^2 + 2x + 10 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B^2 + A^T \cdot C^T = E \cdot x$$

Вариант -8.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3xy + z = 8 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 2x \\ 8 & 10 & -1 \\ 2 & -6 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -7x^2 - 7x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^T - 3 \cdot C = 5 \cdot x$$

Вариант -9.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ x + y - z = b \\ -x + y + z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 & -8 \\ 6 & -1 & -x \\ 5 & 1 & x+2 \end{vmatrix} = 10.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -9x^2 + 5x - 1 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot B)^T - 3 \cdot C = x$$

Вариант -10.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 4 & x+4 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 10 & -9 & x+2 \end{vmatrix} > -3.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = -8x^2 - 7x + 3 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Решить матричное уравнение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B - E)^T = C \cdot A + 2 \cdot x$$

Вариант 1.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X , если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B + 2 \cdot C^T = 3 \cdot x$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 5x_1 - x_2 - 3x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 3\ell_1 - \ell_2, \quad b = \ell_1 - 2\ell_2, \quad c = 4\ell_1 - 3\ell_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

1) длину ребра АВ;

2) угол между ребрами ABCD;

3) площадь грани ABC;

4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(4, 2, 5), \quad B(0, 7, 1), \quad C(0, 2, 7), \quad D(1, 5, 0).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 3 \\ -4 & -5 & -3 \\ 3 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$-2x^2 - 2y^2 + 2xy + 3 = 0$$

Вариант 2.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X , если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^2 - 3 \cdot A \cdot C = 2 \cdot x^T$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ -x_2 + 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 7x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 3\ell_1 + \ell_2, \quad b = \ell_1 + 2\ell_2, \quad c = 3\ell_1 - 4\ell_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

1) длину ребра АВ;

2) угол между ребрами ABCD;

3) площадь грани ABC;

4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(4, 4, 10), \quad B(7, 10, 2), \quad C(2, 8, 4), \quad D(9, 6, 9).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 0 \\ -2 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$7x^2 - 7y^2 + 2xy = 24$$

Вариант 3.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X, если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot E)^2 + C \cdot A = 4 \cdot x^T$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_4 = -2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 7 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = \ell_1 + 3\ell_2, \quad b = 2\ell_1 + 4\ell_2, \quad c = -3\ell_1 + 5\ell_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

1) длину ребра АВ;

2) угол между ребрами ABCD;

3) площадь грани ABC;

4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(4, 6, 5), \quad B(6, 9, 4), \quad C(2, 10, 10), \quad D(7, 5, 9).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 1 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$5x^2 + 4\sqrt{6}xy + 7y^2 = 22$$

Вариант 4.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X , если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot A - 2 \cdot B^T = \frac{1}{3} \cdot x$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 4 \\ -x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ -x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 6x_4 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = -\ell_1 - 2\ell_2, \quad b = 3\ell_1 + 2\ell_2, \quad c = -2\ell_1 - \ell_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

- 1) длину ребра АВ;
- 2) угол между ребрами ABCD;
- 3) площадь грани ABC;
- 4) уравнения сторон треугольника ABC;
- 5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

б) объем пирамиды.

$$A(3,5,4), \quad B(8,7,4), \quad C(5,10,4), \quad D(4,7,8).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & 2 \\ 3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$4x^2 + 4y^2 + 2xy = 15$$

Вариант 5.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X , если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot C)^T + 2 \cdot A = \frac{1}{2} \cdot X$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_3 + 7x_4 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 7 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^3 в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot e_1 + \lambda_2 \cdot e_2, \quad b = \beta_1 \cdot e_1 + \beta_2 \cdot e_2, \quad c = \gamma_1 \cdot e_1 + \gamma_2 \cdot e_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{e_1, e_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 2e_1 + 4e_2, \quad b = 2e_1 + 3e_2, \quad c = -2e_1 + 5e_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

1) длину ребра АВ;

2) угол между ребрами ABCD;

3) площадь грани ABC;

4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(10, 6, 6), \quad B(-2, 8, 2), \quad C(6, 8, 9), \quad D(7, 10, 3).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -2 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$3x^2 + 3y^2 + 4xy = 5$$

Вариант 6.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X , если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (D \cdot A)^T + C = 4 \cdot X$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ -x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -3 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 6x_1 + x_3 + x_4 = 0 \\ 6x_1 - 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = -\ell_1 - 2\ell_2, \quad b = -\ell_1 + 4\ell_2, \quad c = 3\ell_1 - 2\ell_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

- 1) длину ребра АВ;
- 2) угол между ребрами ABCD;
- 3) площадь грани ABC;
- 4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(1, 8, 2), \quad B(5, 2, 6), \quad C(5, 7, 4), \quad D(4, 10, 9).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 0 \\ -4 & -1 & -4 \\ 0 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$4x^2 + 24xy + 11y^2 = 20$$

Вариант 7.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X, если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B^2 + A^T \cdot C^T = E \cdot X$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = -2 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 8x_1 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^3 в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot e_1 + \lambda_2 \cdot e_2, \quad b = \beta_1 \cdot e_1 + \beta_2 \cdot e_2, \quad c = \gamma_1 \cdot e_1 + \gamma_2 \cdot e_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{e_1, e_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = -2e_1 + 4e_2, \quad b = 2e_1 + e_2, \quad c = 4e_1 + 3e_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

1) длину ребра АВ;

2) угол между ребрами ABCD;

3) площадь грани ABC;

4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(6, 6, 5), \quad B(4, 9, 5), \quad C(4, 6, 7), \quad D(6, 9, 3).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -5 & -1 \\ -5 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$6x^2 + 2\sqrt{5}xy + 2y^2 = 21$$

Вариант 8.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X , если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A^T - 3 \cdot C = 5 \cdot X$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 0 \\ 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot e_1 + \lambda_2 \cdot e_2, \quad b = \beta_1 \cdot e_1 + \beta_2 \cdot e_2, \quad c = \gamma_1 \cdot e_1 + \gamma_2 \cdot e_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{e_1, e_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 2e_1 - e_2, \quad b = 5e_1 + 4e_2, \quad c = 5e_1 + e_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

- 1) длину ребра АВ;
- 2) угол между ребрами ABCD;
- 3) площадь грани ABC;
- 4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины A треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(7, 2, 2), \quad B(5, 7, 7), \quad C(5, 3, 1), \quad D(2, 3, 7).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей A.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$4xy + 3y^2 = 36$$

Вариант 9.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X, если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot B)^T - 3 \cdot C = X$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_4 = -2 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.

б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)

в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_4 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^3 в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot e_1 + \lambda_2 \cdot e_2, \quad b = \beta_1 \cdot e_1 + \beta_2 \cdot e_2, \quad c = \gamma_1 \cdot e_1 + \gamma_2 \cdot e_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{e_1, e_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = 4e_1 + 3e_2, \quad b = 5e_1 + e_2, \quad c = 2e_1 + 2e_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

1) длину ребра АВ;

2) угол между ребрами ABCD;

3) площадь грани ABC;

4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение меридианы, проведенной из вершины А треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(8, 6, 4), \quad B(10, 5, 5), \quad C(2, 6, 8), \quad D(8, 10, 7).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 5 & -4 & 3 \\ -5 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$x^2 - 2y^2 + 2\sqrt{6}xy = 4$$

Вариант 10.

1. Решить матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X , если A, B, C, D, E – заданные матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 14 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B - E)^T = C \cdot A + 2 \cdot X$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и найти все ее решения:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = -2 \end{cases}$$

3. Задана однородная система линейных уравнений. Требуется:

- а) доказать, что система имеет нетривиальное решение.
- б) найти базис пространства решений (фундаментальную систему решений)
- в) записать общее решение системы.

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

4. В пространстве R^2 в базисе $\{e_1, e_2\}$ заданы векторы

$$a = \lambda_1 \cdot \ell_1 + \lambda_2 \cdot \ell_2, \quad b = \beta_1 \cdot \ell_1 + \beta_2 \cdot \ell_2, \quad c = \gamma_1 \cdot \ell_1 + \gamma_2 \cdot \ell_2.$$

Требуется: а) доказать, что векторы a и b образуют базис;

б) записать матрицу перехода от базиса $\{\ell_1, \ell_2\}$ к базису $\{a, b\}$;

в) найти координаты вектора c в базисе $\{a, b\}$.

$$a = \ell_1 - 2\ell_2, \quad b = 2\ell_1 + 3\ell_2, \quad c = 5\ell_1 - 3\ell_2.$$

5. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. Найти:

- 1) длину ребра AB;
- 2) угол между ребрами ABCD;
- 3) площадь грани ABC;

4) уравнения сторон треугольника ABC;

5) уравнение медианы, проведенной из вершины A треугольника ABC;

6) объем пирамиды.

$$A(7, 7, 3), \quad B(6, 5, 8), \quad C(3, 5, 8), \quad D(8, 4, 1).$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей A.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & -4 & -2 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Записать форму преобразования координат.

$$x^2 + 2\sqrt{6}xy = 12$$

Вопросы для собеседования

1. Дать определение матрицы
2. Какие виды матриц вы знаете?
3. Арифметические операции над матрицами и их свойства
4. Алгебраические дополнения и миноры. Обратная матрица
5. Элементарные преобразования над матрицами и приведение матриц к треугольному и к диагональному виду путем элементарных преобразований
6. Дать определение определителя квадратной матрицы.
7. Привести свойства определителя
8. В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?
9. Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
10. Как осуществляются линейные операции над матрицами?
11. Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц.
12. Какова схема нахождения обратной матрицы?
13. Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
14. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
15. Что называется рангом матрицы? Как он находится?
16. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
17. При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
18. Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
19. Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
20. Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
21. Как строится фундаментальная система решений?
22. Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций?
23. Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми?
24. Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве?
25. Какой базис называют декартовым?
26. Что такое координаты вектора?
27. Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
28. Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
29. Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
30. Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.

31. Прямая линия на плоскости, её общее уравнение
32. Дайте понятие нормального и направляющего векторов прямой на плоскости, углового коэффициента.
33. Запишите различные виды прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения.
34. Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости в случае различных видов уравнений прямых.
35. Как найти точку пересечения прямых на плоскости?
36. Как вычисляется расстояние от точки до прямой на плоскости?
37. Дайте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение.
38. Дайте определение гиперболы и запишите её каноническое уравнение
39. Дайте определение параболы и запишите её каноническое уравнение
40. Изложите схему приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
41. Дайте понятие полярной системы координат.
42. Опишите параметрический способ построения линий на плоскости
43. Плоскость, её общее уравнение
44. Как определяется взаимное расположение плоскостей? Запишите условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
45. Как вычисляется расстояние от точки до плоскости?
46. Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве и поясните смысл параметров, входящих в уравнения.
47. Изложите схему приведения общих уравнений прямой к каноническому виду.
48. Как определить взаимное расположение прямых в пространстве?
49. Как вычисляется расстояние от точки до прямой в пространстве?
50. Как определить взаимное расположение прямой и плоскости?
51. Как ищется точка пересечения прямой и плоскости?
52. Назовите поверхности второго порядка и напишите их канонические уравнения.

Экзаменационные вопросы по линейной алгебре и аналитической геометрии

1. Определение матрицы. Виды матриц. Краткая форма записи матрицы.
2. Арифметические действия над матрицами.
3. Свойства арифметических операций.
4. Элементарные преобразования над матрицей. Приведение матрицы к треугольному (диагональному) виду. След матрицы.
5. Понятие определителя. Методы вычисления определителя 2го и 3го порядка.
6. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Теорема Лапласа.
8. Свойства определителей.
9. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) второго порядка и методы их решения.
10. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Совместность СЛАУ. Условия существования решения.
11. Метод Крамера. Формулы Крамера. Пример.
12. Метод Гаусса. Пример.
13. Метод Жордано-Гаусса. Пример.
14. Обратная матрица: определение, условие существования, методы вычисления.
15. Решение СЛАУ матричным методом (методом обратной матрицы). Пример.
16. Ранг матрицы. Определение.
17. Линейная независимость строк (столбцов) матрицы.
18. Свойства ранга матрицы.
19. Теорема о ранге матрицы.
20. Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Теорема Кронекера-Капелли.
21. Система m линейных однородных уравнений с n неизвестными. Фундаментальная система решений (ФСР). Пример.
22. Системы m линейных неоднородных уравнений с n неизвестными. Общее решение. Частное решение.
23. Понятие комплексного числа: определение, виды комплексных чисел. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Множество комплексных чисел.
24. Арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме. Пример.
25. Арифметические действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Пример.
26. Арифметические действия над комплексными числами в показательной форме.
27. Возведение комплексного числа в степень.

28. Извлечение корня арифметического из комплексного числа.
29. Перестановки. Матрица перестановок. Определение.
30. Свойства перестановок. Пример.
31. Подстановка. Группы подстановок.
32. Произведение 2х подстановок. Структура группы.
33. Определение вектора. Основные отношения на множестве векторов.
34. Линейные операции на множестве векторов. Критерий коллинеарности векторов. Правило треугольника. Правило параллелограмма.
35. Свойства линейных операций над векторами.
36. Понятие линейного пространства. Определение и примеры.
37. Подпространства линейных пространств. Определение. Теорема (критерий подпространства).
38. Примеры линейных подпространств.
39. Понятие линейной зависимости и независимости. Определение. Теорема(необходимое и достаточное условие линейной зависимости). Доказательство. Примеры линейно зависимых и независимых векторов.
40. Базис. Определение. Теорема (без док-ва). Размерность линейного пространства. Примеры базисов.
41. Теорема о базисе. Доказательство. Замечание.
42. Координаты вектора. Примеры координат вектора. Ось. Векторная и ортогональная проекции.
43. Теорема о декартовом прямоугольном базисе. Доказательство. Теорема о координатах суммы векторов и произведения вектора на число в заданном базисе. Доказательство.
44. Теорема (критерий коллинеарности свободных векторов). Доказательство. Теорема (о координатах вектора в разных базисах линейного пространства). Матрица перехода.
45. Простейшие задачи векторной алгебры.
46. Нелинейные операции на множестве векторов. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Доказательства.
47. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения векторов. Доказательства.
48. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов. Доказательства.
49. Линейные операторы. Определение. Примеры линейных операторов.

50. Линейные операторы конечномерных пространств. Примеры матриц линейных операторов.
51. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
52. Диагонализуемость линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы.
53. Направленные отрезки и векторы. Сложение и вычитание векторов.
54. Умножение вектора на число и его свойства. Теорема о коллинеарных векторах.
55. Линейно зависимые системы векторов и их свойства. Разложение вектора плоскости по векторам базиса. Теорема о компланарных векторах.
56. Разложение вектора пространства по векторам базиса.
57. Линейные операции над векторами в координатах.
58. Формулы перехода от одного базиса к другому. Свойства матрицы перехода.
59. Ориентация плоскости и пространства и ее свойства.
60. Ориентированные углы на плоскости и их свойства.
61. Скалярное произведение векторов и его свойства.
62. Векторное произведение векторов и его свойства.
63. Смешанное произведение векторов и его свойства.
64. Аффинные и прямоугольные декартовы координаты точек на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи в координатах.
65. Уравнение прямой в аффинной системе координат на плоскости. Общее уравнение прямой.
66. Взаимное расположение прямых на плоскости.
67. Геометрический смысл линейного неравенства с двумя неизвестными.
68. Угол между прямыми и расстояние от точки до прямой на плоскости.
69. Уравнение плоскости в пространстве в аффинной системе координат. Общее уравнение плоскости в пространстве.
70. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Геометрический смысл линейного неравенства с тремя неизвестными.
71. Угол между плоскостями и расстояние от точки до плоскости в пространстве.
72. Общие, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве.
73. Взаимные расположения прямой и плоскости в пространстве, двух прямых.

74. Угол между прямой и плоскостью в пространстве, между двумя прямыми. Формулы для вычисления расстояний от точки до прямой и между двумя прямыми в пространстве.

75. Эллипс и его свойства.

76. Гипербола и ее свойства.

77. Парабола и ее свойства. Полярные уравнения кривых второго порядка.

78. Упрощение уравнения кривой второго порядка с помощью поворота системы координат.

79. Упрощение уравнения кривой второго порядка с помощью параллельного переноса системы координат. Классификация этих кривых.

80. Асимптотические направления кривой второго порядка.

81. Центры и касательные кривых второго порядка.

82. Диаметры и сопряженные диаметры кривой второго порядка.

83. Цилиндрические и конические поверхности в пространстве.

84. Поверхности вращения в пространстве.

85. Эллипсоиды и гиперboloиды и их свойства.

86. Параболоиды и их свойства

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) Линейная алгебра и аналитическая геометрия

7.1. Учебная литература

Основная литература

1. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра учебное пособие М.: МФИ. 2009.-469 с.
2. Ким Г.Д., Кричков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия: Теоремы и задачи. Том 1. М.: Планета знаний, 2007.-469 с.
3. Смирнов Ю.М. «Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре» - М.: Лотос, 2005-372 с.

Дополнительная литература

1. Розердорн Э.Р. Теория поверхностей. 2-ое издание., переработка и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.-304 с.
2. Босс В. Лекции по математике. Т.13: Топология.- М.: Книжный дом «Либроком», 2009-216 с.
3. Виро О.Я., Иванов О.А., Нецветаева Н. Ю. Харламов В. М. Элементарная топология,- М.: МЦНМО, 2007.- 446 с.
4. Антонов В. И. и др. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект.- Проспект, 2011.-139 с.
5. Беклемишева Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.-10-е изд., испр.- М.: ФИЗМАТЛИТ,2005.- 304 с.
6. Еримов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебное пособие.13-е издание,стереот.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005г.- 166с.
7. Лабарский М.Г. Векторная алгебра и ее приложения. Web, 2010г.- 166 с.
8. Просватов Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения. – М.: Альфа-Пресс, 2009г.- 208 с.

9. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра.

Учебное пособие.- М.: МФТИ, 2009г.- 57- с.

10. Ким Г.Д., Кричков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия:

Теоремы и задачи. Том 1. М.: Планета знаний, 2007.-469 с.

7.2. Интернет-ресурсы

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
2.	Math.ru	www.math.ru	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
3.	Математика	www.mathematics.ru	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	Математика для студентов и прочее.	www.xplusy. isnet.ru	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.
5.	Российское образование.	www.edu.ru	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.

7.3. Программное обеспечение дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с.

(<http://znanium.com/bookread2.php?book=544419>)

2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкнига, 2007. – 432 с.

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа:

Том 1. Основы алгебры – 273 с:

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63140

том 2. Линейная алгебра – 368 с.

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63144

том 3. Основные структуры алгебры – 272 с.

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=62951)

4. Дадаян А.А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=397662>)

5. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. — 464 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=456995>)

6. Ильин, В. А. Линейная алгебра [Текст] : [Учеб. для физ. спец. и спец. "Прикладная математика"] / В. А. Ильин ; Э.Г. Поздняк. - М. : Физматлит, 2010. - 278 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=68974)

7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 2001. - 382 с.

8. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 1966. - 381 с.

(http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=464077).

9. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – СПб.: Лань. – 2008. – 222 с.

10. Курош А. Г. Теория групп. М.: Физматлит, 2011 – 805 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=457669)

11. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – СПб.:Лань, 2009. – 335 с.

7.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Для освоения данной дисциплины необходимы:

- мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор, ресурсы Интернета);
- классическая доска;
- мел.

**Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и
регистрации изменений**

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой