МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Математический анализ»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки
38.03.01 Экономика
Профиль «Финансы и кредит»

квалификация выпускника
Бакалавр
Форма обучения
Очная

Фонд оценочных средств
разработан _____Танкиевым И.А., профессор, к.ф.-м.н.
(подпись) Ф.И.О., должность, ученая степень, ученое звание
Рекомендован к утверждению на заседании кафедры
«Математический анализ» протокол заседания от 21 июня 2021 г. № 10
Зав. кафедрой _____ Танкиев И.А.
(подпись)

г. МАГАС, 2023

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Таблица1.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетен-ции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения.	УК-2.1. Определяет круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними; УК-2.2. Предлагает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; оценивает предложенные способы с точки зрения соответствия цели проекта; УК-2.3. Планирует реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм;	Знает: основные принципы и концепции в области целеполагания и принятия решений, природу данных, необходимых для решения поставленных задач Умеет: системно анализировать поставленные цели, формулировать задачи, выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений Владеет: инструментальными средствами для решения профессиональных задач, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1	Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач.	ОПК-1.1. Анализирует и интерпретирует показатели экономической деятельности; ОПК-1.2. Использует полученную информацию для принятия управленческих решений;	Знает: основы макро- и микроэкономики: принципы построения функциональных зависимостей между экономическими показателями; математический инструментарий экономических исследований;

		ОПК-1.3. Владеет приемами выявления и оценки проблем экономического характера при анализе конкретных экономических ситуаций и предлагает способы их решения;	принципы построения математических моделей в экономической теории. Уметь: использовать математический инструментарий в экономических исследованиях, содержательно интерпретировать формальные выводы теоретических моделей микроуровня Владеть: основными методами математического анализа для принятия экономических решений

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

Оценивание ответа на вопросы по темам для устного опроса

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	- Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где

	изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи.	он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей,

		обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Таблица 4.

Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	- Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи.	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны

		правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Таблица 5.

Оценивание ответа на зачете

«Зачтен	4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии

	Отлично (повышенный уровень)	- Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи.	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы
	Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите

			даны неполные ответы
	Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
«Не зачтено»	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

3. Типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения основной профессиональной образовательной программы

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Определение множества, подмножества. Множество, ограниченное сверху (снизу), просто ограниченное.
2. Определение точной верхней (нижней) грани множества.
3. Определение простой, сложной, обратной функции.

4. Определение четной, нечетной и периодической функции.
5. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке, на отрезке $[a,b]$
6. Способы задания функции.
7. Определение последовательности.
8. Определение последовательности, ограниченной сверху (снизу), просто ограниченной.
9. Определение бесконечно большой (б. б.) последовательности (бесконечный предел).
10. Определение бесконечно малой (б. м.) последовательности (нулевой предел)
11. Доказать теорему о сумме двух б.м. последовательностей.
12. Доказать теорему о разности двух б.м. последовательностей.
13. Доказать теорему об ограниченности двух б.м. последовательностей.
14. Доказать теорему о произведении б.м. на ограниченную последовательность.
15. Доказать теорему о переходе б.м. в б.б последовательность и наоборот.
16. Определение сходящейся последовательности (конечный предел).
17. Доказать основную теорему о сходящейся последовательности.
18. Доказать теорему о единственности предела сходящейся последовательности.
19. Доказать теорему об ограниченности сходящейся последовательности.
20. Доказать теорему об арифметических действиях со сходящимися последовательностями.
21. Достаточные условия отсутствия предела последовательности.
22. Определение расходящейся последовательности.
23. Доказать отсутствие предела последовательности $(-1)^n, \left\{2^{n\cdot(-1)^n}\right\}, \left\{\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}, \left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right\}$.
24. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной последовательности.
25. Определение невозрастающей, неубывающей, монотонной последовательности.
26. Доказать теорему о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
27. Теорема о сходимости последовательности $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$.
28. Доказать теорему о пределе промежуточной последовательности.
29. Определение конечного и бесконечного пределов функции в точке.
30. Достаточные условия отсутствия предела функции.
31. Найти предел функции $f(x)=\sin x,\ f(x)=\cos x$, при $x\to\infty$.
32. Определение б.м. и б.б. функции в точке.
33. Определение б.м. функций одного порядка.
34. Определение эквивалентных б.м. функций.
35. Определение б.м. функции более высокого порядка малости.
36. Свойства значка $\circ(\ )$.
37. Определение б.б. функций одного порядка роста.
38. Определение б.б. функции более высокого порядка роста.
39. Доказать первую теорему о существовании предела функции в точке.
40. Теорема об арифметических действиях с пределами функций.
41. Определение односторонних (правого и левого) пределов функции в точке.
42. Вторая теорема о существовании предела функции в точке.
43. Доказать теорему об арифметических действиях с непрерывными функциями.
44. Доказать первый замечательный предел.
45. Доказать второй замечательный предел.
46. Таблица эквивалентных функций.
47. Первое и второе определения непрерывной функции в точке.

48. Исследовать на непрерывность функцию $y = \sin nx, y = \cos nx, y = x^3, y = x^4, y = e^{nx}$ при $x \in R$.

49. Исследовать на непрерывность функцию $y = \ln x$ при $x \rangle 0$.

50. Определение односторонней (левой и правой) непрерывности функции в точке.

51. Теорема о непрерывности функции в точке.

- Классификация точек разрыва функции.
- Исследовать на непрерывность функции:

  $y = \sin\frac{1}{x}, y = \cos\frac{1}{x}, y = e^{1/x}, y = \frac{1}{1+2^{1/x}}, y = arctg\,\frac{1}{x}, y = arcctg\,\frac{1}{x}$ в точке x=0.
- Доказать теорему о непрерывности сложной функции в точке.
- Определение производной функции. Ее геометрический и физический смысл.
- Уравнение касательной и нормали к графику функции.

52. Определение дифференцируемой функции.

53. Доказать теорему о дифференцируемости функции.

54. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции.

55. Определение дифференциала функции.

56. Доказать теорему о производной суммы и разности двух функций.

57. Доказать теорему о производной произведения двух функций.

58. Доказать теорему о производной частного двух функций.

59. Исходя из определения, найти производную функции

$y = x^a, y = x^3, y = x^4, y = \sin ax, y = \sin(ax^2), y = \cos ax, y = \cos(ax^2), y = e^{ax}, y = e^{-ax^2}, y = 2^{-ax^2}\ y = \ln nx$

65.Таблица производных элементарных функций.

66.Доказать теорему о производной сложной функции.

67.Доказать теорему о производной обратной функции.

68.Исходя из теоремы о производной обратной функции, найти производную функции $y = arctgx, y = arcctgx, y = \arcsin x, y = \arccos x.$

69.Определение параметрически заданной функции.

70.Первая производная параметрически заданной функции.

71.Односторонние (левая и правая) производные функции в точке.

72.Теорема о существовании производной функции в точке.

73.Найти производную функции $y = |x|, y = \sqrt[3]{x^2}, y = \sqrt[5]{x^4}$ в точке x=0.

74.Доказать инвариантность формы первого дифференциала.

75.Свойства первых дифференциалов.

76.Таблица первых дифференциалов.

77.Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке.

78.Доказать теорему о достаточных условиях монотонности дифференцируемой функции в точке.

79.Определение точек локального максимума, минимума, экстремума функции.

80.Доказать теорему Ферма (о необходимых условиях экстремума дифференцируемой функции).

81.Определение стационарной точки дифференцируемой функции.

82.Доказать теорему Ролля (о нуле производной).

83.Доказать теорему Лагранжа (формула конечных приращений).

84.Доказать теорему Коши (обобщенная формула конечных приращений).

85.Правило Лопиталя.

86.Формула Тейлора.

87.Написать первые три ненулевых члена ряда Тейлора функции $y = x^4, y = x^5$ в точке $x_0 = 1$.

88.Формула Маклорена.

89.Написать первые три ненулевых члена ряда Маклорена функции $y=(x-1)^4, y=(x-1)^5, y=(x-1)^6$.

90.Доказать теорему о необходимых условиях экстремума функции.

91.Определение критической точки функции.

92.Доказать теорему о достаточных условиях экстремума функции.

93.Определение выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции.

94.Теорема о достаточных условиях выпуклости (вогнутости) дифференцируемой функции.

95.Определение точки перегиба дифференцируемой функции.

96.Необходимые условия точки перегиба дифференцируемой функции.

97.Достаточные условия точки перегиба дифференцируемой функции.

98.Определение наклонной (правой, левой) и вертикальной асимптот графика функции.

99.Теорема о наклонной асимптоте графика функции.

Дополнительные вопросы

1. Всякая ли дифференцируемая функция является непрерывной?
2. Всякая ли непрерывная функция является дифференцируемой?
3. Всякая ли дифференцируемая в точке функция имеет касательную к графику в этой точке?
4. Всякая ли стационарная точка является критической?
5. Всякая ли критическая точка является стационарной?

Контрольные работы

Контрольная работа № 1. Вычисление пределов.

Мат. Анализ. №1	Мат. Анализ. №2
Вычислить пределы:	Вычислить пределы:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+x+1}{x^2+1}\right)^x$	1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(5^x-4\right)^{\operatorname{ctg}(x-1)}$
2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(1-\sqrt{x}\right)\ln(x)}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1}$	2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(x-2)}{x^3-3x^2+x-3}$
3) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\cos 2\pi x\right)^{\frac{1}{\operatorname{tg}(x-1)}}$	3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{26+x}-\sqrt[3]{28-x}}{x-\sqrt{x}}$
4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3^{x^2+2x+1}-3^{1+x}}{\ln\left(3x^2-2\right)}$	4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[20]{\cos 2\pi x}-1}{\sin^2(x-1)}$
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x\sin x}-1}{x^2}$	5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3+x+1}{x^3+1}\right)^{x^2}$

Контрольная работа № 2. Производная функции.

Мат. Анализ. №3

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{\sin x}\right)^{\operatorname{ctg} x}$

2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(3-\sqrt{x+7}\right)}{x^3-2x^2+4x-8}$

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln\left(4^x-3\right)}{\operatorname{tg}(x-1)}$

4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos x}-1}{\ln\cos 2x}$

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^2+3x-1}{2x^2-3x-1}\right)^{x}$

Мат. Анализ. №4

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\ln(x+1)-\ln x\right)^{x}$

2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\operatorname{tg}(x-2)\ln(x-1)}{x^4-8x^2+16}$

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{e^{x-1}}-1}{\sin\pi x}$

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{7+x}-2}{2-\sqrt{x+3}}$

5) $\lim\limits_{x\to 0}\left(4^x+x\right)^{\frac{1}{\sin x}}$

Мат. Анализ. №1

1) Найти производную y' : $y = tg\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^{\ln(3x+2)}$;

2) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x = e^{-2t}\left(2-t^2\right)$, $y = e^{-2t}\left(t^2+2t\right)$;

3) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно:

$y^2 - 2\ln y - x^2 = 2e^x$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4-4^{\cos(x)}}{4x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

Мат. Анализ. №2

1) Найти производную y' : $y = th\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^{ctg(3x+2)}$;

2) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x = 5t + \mathrm{ctg}(5t)$, $y = 5t - \mathrm{tg}(5t)$;

3) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно:
$y^3 x + \ln(\sin x) = \sin y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(\cos(4x))}{4x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\mathrm{tg}\, x}{\sin x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

Мат. Анализ. №3

1) Найти производную y' : $y = \cos\left(\sqrt[7]{x^3}\right)^{\ln(5x+2)}$;

2) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x = 2t - \mathrm{sh}(2t)$, $y = 2t - \mathrm{ch}(2t)$;

3) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно:
$y^2 x + \ln(\cos x) = \cos y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2 - \sin x^2}{x^6}$; $\lim\limits_{x\to \pi/4} (\mathrm{tg}\, x)^{\mathrm{tg}\, 2x}$

Мат. Анализ. №4

1) Найти производную y' : $y = ctg\left(\sqrt[9]{x^5}\right)^{\mathrm{th}(3x+6)}$;

2) Найти производные y'_x , y''_{xx} от функции y=y(x), заданной параметрически:

$x = e^{-3t}\,\mathrm{ch}\, t$, $y = e^{-3t}\,\mathrm{sh}\, t$;

3) Найти производные y'_x, y''_{xx} от функции y=y(x), заданной неявно: $2y^2+\ln(\sin x)=x\cos y$;

4) Вычислить следующие пределы: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\,\mathrm{tg}\,x-\sin^2 x}{5x^2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(\ln(ex+e)\right)^{\mathrm{ctg}\,x}$

Контрольная работа № 3. Дифференциал функции и производная высшего порядка.

Мат. Анализ. №1

1) Найти дифференциал dy: $y=tg\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^{\ln(3x+2)}$;

2) Найти производную $y^{(100)}$: $y=(2x^2+x)\ln(2x+1)$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x+2$ до четвертого члена: $y=\sin(6-2x)$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[3]{1+\sin(x^2)}$ до члена с x^{10}; $y=\ln\dfrac{2\cos(x^2)-2}{x^4}$ до члена с x^{12}.

Мат. Анализ. №2

1) Найти дифференциал dy: $y=th\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^{ctg(3x+2)}$;

2) Найти производную $y^{(50)}$: $y=(3x^2+2x)\cos(3x+2)$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x-2$ до четвертого члена: $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x+6}}$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[3]{\cos(x^2)}$ до члена с x^8; $y=\ln\dfrac{e^{x^2}-1}{x^2}$ до члена с x^4.

Мат. Анализ. №3

1) Найти дифференциал dy: $y=\cos\left(\sqrt[7]{x^3}\right)^{\ln(5x+2)}$;

2) Найти производную $y^{(100)}$: $y=(3x^2+x)\sin(3x+1)$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x+3$ до четвертого члена: $y=\ln(1-2x)$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[4]{\cos\left(x^3\right)}$ до члена с x^{12}; $y=\ln\dfrac{6\sin\left(x^2\right)-6x^2}{x^6}$ до члена с x^8.

Мат. Анализ. №4

1) Найти дифференциалdy: $y=ctg\left(\sqrt[9]{x^5}\right)^{\mathrm{th}(3x+6)}$;

2) Найти производную $y^{(50)}$: $y=(5x+x^2)2^{(3x+1)}$;

3) Разложить функцию по целым неотрицательным степеням двучлена $x-4$ до четвертого члена: $y=\dfrac{1}{\sqrt[4]{x-3}}$.

4) Разложить по целым неотрицательным степеням переменной x:

$y=\sqrt[4]{1-\sin\left(x^3\right)}$ до члена с x^{15}; $y=\ln\dfrac{e^{2x}-2x-1}{2x^2}$ до члена с x^3.

Контрольная работа № 5. Определенный интеграл и его приложения.

Мат. Анализ. №1

1) Найти длину дуги кривой

$x^2+y^2=4y+4x-4$, ограниченной прямой

$x+y\le 2$, объем тела, полученного

вращением данной фигуры вокруг оси Oy,

площадь поверхности данного тела.

2) Вычислить площадь фигуры, заданной

Мат. Анализ. №2

1) Найти длину дуги кривой

$x^2+y^2=-6y+2x-6$, ограниченной прямой $y+x\ge 0$, объем тела, полученного

вращением данной фигуры вокруг оси Ox,

площадь поверхности данного тела.

2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически: $y=8-4\sqrt{3}$,

параметрически:

$$\begin{cases} x = 10(t - \sin t) \\ y = 10(1 - \cos t) \end{cases}, \quad y = 15,$$

$(0 < x \le 20\pi, y \ge 15)$.

3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \ge 1 + \cos\varphi$, $r \le 1$.

4) Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi} x\cos 2x dx$.

$$\begin{cases} x = 8(t - \sin t) \\ y = 8(1 - \cos t) \end{cases},$$

$(0 < x \le 16\pi, y \ge 8 - 4\sqrt{3})$.

3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \le 3\sin 3\varphi$, $r \ge 1$.

4) Вычислить интеграл:

$$27\int_0^1 x^3\sqrt{4 - 3x^2}\,dx.$$

Мат. Анализ. №3

1) Найти длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 2y + 6x - 6$, ограниченной прямой $x + y \le 2$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Оу, площадь поверхности данного тела.

2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases}, \quad y = 3,$$

$(0 < x \le 12\pi, y \ge 3)$.

3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \ge 3\sin 4\varphi$, $r \le 1$.

4) Вычислить интеграл: $75\int_0^1 x^5\sqrt{9 - 5x^3}\,dx$.

Мат. Анализ. №4

1) Найти длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4x - 8y - 16$, ограниченной прямой $x - y \ge 8$, объем тела, полученного вращением данной фигуры вокруг оси Ох, площадь поверхности данного тела.

2) Вычислить площадь фигуры, заданной параметрически: $y = 12 + 6\sqrt{3}$,

$$\begin{cases} x = 12(t - \sin t) \\ y = 12(1 - \cos t) \end{cases},$$

$(0 < x \le 24\pi, y \ge 12 + 6\sqrt{3})$.

3) Вычислить площадь фигуры, заданной в полярных координатах: $r \le 1 + \sin\varphi$, $r \le 1$.

4) Вычислить интеграл: $\int_0^{\pi} x\sin 4x dx$.

Контрольная работа № 6. Функции многих переменных.

Мат. Анализ. №1 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 3x - 2y, \eta = -3x - 2y^2$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $2x^2 - 3y - 2z^2 = \sin(3z)$ 3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $\xi = \frac{y}{x}, \eta = x$ 4) Исследовать на экстремум $z = e^{4x-y}(2 - 4x^2 + 2y)$	Мат. Анализ. №2 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 3x^2 - 2y, \eta = 5y - 3x$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x^2 - 2y - 2z = \ln(2z)$ 3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial x} = 0$, если $\xi = y, \eta = xy$ 4) Исследовать на экстремум $z = e^{x+2y}(4x + 2y^2 - 4)$
Мат. Анализ. №3 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 4x + 2y^2, \eta = 2x - 3y$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x - 2y^2 - 3z^2 = \cos(3z)$	Мат. Анализ. №4 1) Найти полный дифференциал второго порядка d^2u и вторую частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ от функции $u = f(\xi,\eta)$, где $\xi = 3y - 2x, \eta = 4x^2 - 6y$ 2) Для функции $z = z(x,y)$ найти частные производные первого и второго порядка $3x^2 + 3y - 3z^2 = 8\sqrt{z^3}$

3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial x} = 0$, если $\xi = 2y, \eta = \frac{x}{y}$ 4) Исследовать на экстремум $z = e^{2y-x}(2x - y^2 + 2)$	3) Вводя новые независимые переменные, преобразовать уравнения $3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4\frac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $\xi = 2x^2 + 3y, \eta = x$ 4) Исследовать на экстремум $z = e^{x-y}(3x^2 - 6y - 6)$

Контрольная работа № 7. Повторные интегралы.

Мат. Анализ. №1 1) Вычислить $\iint\limits_D xydxdy$, где D: $x^2 + y^2 \le 2x, x^2 + y^2 \le 2y$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \le 4x, x \le 2, y \ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $xy = 4$, $y = 4x, y = 1$.	Мат. Анализ. №2 1) Вычислить $\iint\limits_D xydxdy$, где D: $x^2 + y^2 \le -4x, x^2 + y^2 \ge 4y, y \ge 0$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int\limits_1^e dx \int\limits_0^{\ln x} f(x,y)dy + \int\limits_e^{e^2} dx \int\limits_0^{2-\ln x} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2 + y^2 \le -6y, y \ge -4.5, \quad x \ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 5 - y^2$, $y = 2x, y = 0$.

Мат. Анализ. №3 1) Вычислить $\iint\limits_D xydxdy$, где D: $x^2+y^2\le 4x, x^2+y^2\le -4y$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{x^2} f(x,y)dy+\int\limits_2^6 dx\int\limits_0^{\sqrt{12+4x-x^2}} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2+y^2\le 2y, y\le 1.5,\quad x\ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2+5$, $y=5-x, x=2$.	Мат. Анализ. №4 1) Вычислить $\iint\limits_D xydxdy$, где D: $x^2+y^2\le -2x, x^2+y^2\le -2y, y\le 0$. 2) Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^5 dx\int\limits_0^{\sqrt{10x-x^2}} f(x,y)dy+\int\limits_5^{10} dx\int\limits_0^{\sqrt{50-5x}} f(x,y)dy$ 3) В двойном интеграле $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования. D: $x^2+y^2\le -2x, x\ge -1.5,\quad y\ge 0$. 4) С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $x=2+y^2, y=0, y=4$.

Вопросы к экзамену

1 семестр

1. Аксиомы Пеано натуральных чисел. Конечные множества. Основная теорема о конечных множествах.
2. Сравнение множеств по мощности. Теорема Кантора-Бернштейна. Теорема Кантора о мощности множества подмножеств. Мощность континуума.
3. Аксиомы действительных чисел. Теоремы о точной верхней и точной нижней грани. Принцип Архимеда. Теорема о плотности рациональных и иррациональных чисел.
4. Теорема о мощности множества действительных чисел.
5. Лемма Гейне-Бореля-Лебега о покрытиях.
6. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, свойство устойчивости, предел модуля, предельный переход в неравенствах, свойство линейности.
7. Свойства сходящихся последовательностей: предельный переход в произведении и в частном.
8. Теоремы о пределе неубывающей и невозрастающей последовательности.
9. Число е.
10. Теорема Штольца.
11. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип Кантора о вложенных отрезках.
12. Принцип Больцано-Вейерштрасса о сходящейсяподпоследовательности.
13. Критерий Коши сходимости последовательности.

14. Определение предела числовой функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.
15. Критерий Коши существования предела функции.
16. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций: непрерывность модуля, локальная ограниченность, свойство устойчивости. Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность сложной и обратной функции.
17. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о наибольшем и наименьшем значении).
18. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши о промежуточных значения непрерывной функции. Теорема о существовании обратной функции.
19. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
20. Понятия производной, дифференцируемости, дифференциала функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Сравнение понятий производной и дифференцируемости.
21. Односторонние производные. Сравнение понятий непрерывности и дифференцируемости. Критерий дифференцируемости (в терминах непрерывности дифференциально-разностного отношения).
22. Дифференцирование линейной комбинации, произведения и частного двух функций.
23. Дифференцирование обратной и сложной функции. Инвариантность формы записи первого дифференциала.
24. Вывод производных элементарных функций.
25. Производные и дифференциалы высших порядков. Вычислительная формула для высших дифференциалов. Условие инвариантности высших дифференциалов относительно замены переменной.
26. Формулы Лейбница (высшее дифференцирование произведения и сложной функции).
27. Теорема Ферма об экстремуме функции. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
28. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши.
29. Первое правилоЛопиталя вычисления пределов
30. Второе правилоЛопиталя вычисления пределов
31. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Единственность представления функции многочленом.
32. Формула Тейлора с остаточным членом в формах, Коши, Лагранжа. Пять основных разложений по формуле Тейлора.
33. Интерполяционный полином Лагранжа. Оценка погрешности интерполяции.
34. Критерий постоянства функции. Условие строгой монотонности функции на промежутке. Монотонность в точке.
35. Локальные экстремумы функции, их виды. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума в терминах 1-ой производной, 2-ой производной, n-той производной.
36. Выпуклые функции, виды выпуклости. Достаточное условие строгой выпуклости функции. Расположение графика выпуклой функции относительно касательной.
37. Неравенство Иенсена. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.
38. Неравенства Юнга, Гёльдера, Коши-Буняковского, Минковского.
39. Точки перегиба функции. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Расположение графика функции относительно касательной в точке перегиба.
40. Понятие базы. Примеры баз. Предел числовой функции по базе. Свойства функций,имеющих предел по базе.
41. Критерий Коши существования предела по базе.

42. Счётно-порождённые базы. Предел Гейне по базе. Эквивалентность понятий пределапо Гейне и по Коши в случае счётно-порождённых баз.