

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА «Математический анализ»

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/проф. И.А.Танкиев

_____/Б.С. Кульбужев

от «27» февраля 2025г.

от «14» марта 2025г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.04. Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки

44.03.01. Педагогическое образование

Направленность (профиль подготовки)

Математика

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2025г

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины ТВиМС является формирование теоретических знаний в массовых случайных явлениях и присущих им закономерностях; практических навыков применения методов, приемов и способов научного анализа данных для определения обобщающих эти данные характеристик.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

| Код и наименование профессионального стандарта | Обобщенные трудовые функции | | | Трудовые функции | | |
|--|-----------------------------|---|----------------------|--|--------|-----------------------------------|
| | Код | наименование | Уровень квалификации | наименование | код | Уровень (подуровень) квалификации |
| 01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, Начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» | А | Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования | 6 | Общепедагогическая функция. Обучение | А/01.6 | 6 |
| | | | 6 | Воспитательная деятельность | А/02.6 | 6 |
| | | | 6 | Развивающая деятельность | А/03.6 | 6 |
| | В | Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ | 5-6 | Педагогическая деятельность по реализации программ дошкольного образования | В/01.5 | 5 |
| | | | 5-6 | Педагогическая деятельность по реализации программ начального общего образования | В/02.6 | 6 |

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению **44.03.01 «Педагогическое образование (профилем подготовки) Математика»**. Дисциплина **Б1.В.04. Теория вероятностей и математическая статистика** является логическим продолжением курса математического анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов математического анализа, алгебры и информатики.

3. Результаты освоения дисциплины (модуля) Б1.В.04. Теория вероятностей и математическая статистика

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО (3++) по данному направлению:

| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине |
|---|---|---|
| Общепрофессиональные компетенции | | |
| ПК-6 | Способен применять специальные предметные знания при реализации образовательного процесса | ПК.-6.1. Ориентируется в закономерностях, принципах и уровнях формирования и реализации содержания образования в области физики и информатики; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета «математика» и «информатика» ПК.-6.2. Применяет специальные знания в области математики и информатики в образовательном процессе ПК -6.3. Производит отбор вариативного содержания учебного предмета с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике и информатике |
| Универсальные компетенции | | |

| | | |
|---|--|---|
| <p>УК-6 Самоорганизация и саморазвитие (в т.ч. здоровье и сбережение)</p> | <p>Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни</p> | <p>УК-6.1. Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей;</p> <p>УК-6.2. Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста;</p> <p>УК-6.3. Оценивает требования рынка труда и предложения образовательных услуг для выстраивания траектории собственного профессионального роста;</p> <p>УК – 6.4. Строит профессиональную карьеру и определяет стратегию профессионального развития.</p> |
|---|--|---|

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Б.1.О.04 Теория вероятностей и математическая статистика

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

| Вид учебной работы | | Всего часов | Семестр |
|--|---|-------------|---------|
| | | | 4 |
| Контактные часы | Всего: | 72 | 72 |
| | Лекции (Лек) | 30 | 30 |
| | Практические занятия (в т.ч. семинары) (Пр/Сем) | 30 | 30 |
| | Лабораторные занятия (Лаб) | | |
| | Индивидуальные занятия (ИЗ) | | |
| Промежуточная аттестация | Зачет, зачет с оценкой, <u>экзамен</u> (КПА) | | |
| | Консультация к экзамену (Конс) | | |
| | Курсовая работа (Кр) | 12 | 12 |
| Самостоятельная работа студентов, в т.ч. с использованием электронного обучения (СР) | | | |
| Подготовка к экзамену (Контроль) | | | |
| Вид промежуточной аттестации | | Экзамен | Экзамен |
| Общая трудоемкость (по плану) | | 72 | 72 |

| № п/п | Наименование разделов и тем дисциплины (модуля) | семестр | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | | | | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам) | | | | | | |
|------------|--|---------|---|--------|----------------------|----------------------|-----------------------------|-------|-------------------------|-----------------------|--|------------|-----------------|-------------------------|-------------------|--|---------------------------------|
| | | | Контактная работа | | | | Самостоятель- ная работа | | | | Собеседование | Коллоквиум | Проверка тестов | Проверка контрол. работ | Проверка реферата | Проверка эссе и иных творческих работ | курсовая работа (проект) др. |
| | | | Всего | Лекции | Практические занятия | Лабораторные занятия | Др. виды контакт. работы | Всего | Курсовая работа(проект) | Подготовка к экзамену | Другие виды самостоятельной работы | | | | | | |
| 1. | Раздел 1. Введение в теорию вероятностей | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1.1 | Тема 1.1. Предмет теории вероятностей. | | | 1 | | | | | | | | | 4 | 4 | | | |
| 1.2 | Тема 1.2. Элементы комбинаторики. | | | 3 | 4 | | | | | | 2 | | 4 | 4 | | | |
| 1.3 | Тема 1.3. Случайные события. | | | 1 | 2 | | | | | | 2 | | 4 | 4 | | | |
| 1.4 | Тема 1.4. Операции над событиями. | | | 1 | 2 | | | | | | 2 | | 4 | 4 | | | |
| 1.5 | Тема 1.5. Теоремы сложения и умножения вероятностей. | | | 2 | 6 | | | | | | 2 | | 4 | 4 | | | |
| 1.6 | Тема 1.6. Формула полной вероятности. | | | 2 | 4 | | | | | | 2 | | 4 | 4 | | | |
| 1.7 | Тема 1.7. Формула Байеса. | | | 2 | 4 | | | | | | 2 | | 4 | 4 | | | |
| 1.8 | Тема 1.8. Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли). | | | 2 | 4 | | | | | | 2 | | 4 | 4 | | | |
| 2. | Раздел 2. Случайные величины. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.1 | Тема 2.1. Случайные величины. | | | 2 | 2 | | | | | | | 4 | | | | | |
| 2.2 | Тема 2.2. Функция распределения случайных величин и ее свойства. | | | 2 | 2 | | | | | | 2 | 4 | | | | | |
| 2.3 | Тема 2.3. Виды случайных величин. | | | 2 | 4 | | | | | | 2 | 4 | | | | | |
| 2.4 | Тема 2.4. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной | | | 1 | 4 | | | | | | 2 | 4 | | | | | |
| 2.5 | Тема 2.5. Числовые характеристики случайных величин. | | | 1 | 4 | | | | | | 2 | 4 | | | | | |
| 2.6 | Тема 2.6. Числовые характеристики случайных величин и их свойства. | | | 2 | 2 | | | | | | 2 | 4 | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--|--|--|---|---|--|--|--|--|---|--|---|--|---|--|--|--|
| 2.7. | Тема 2. 7.Примеры основных распределений случайных величин | | | 2 | 2 | | | | | | | 4 | | | | | |
| 2.8. | Тема 2. 8.Закон больших чисел. | | | 4 | 2 | | | | | 1 | | | | | | | |
| 2.9. | Тема 2.9. Центральные предельные теоремы | | | 4 | 2 | | | | | | | | | | | | |
| 2.10. | Тема 2. 10.Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции. | | | 2 | 4 | | | | | 4 | | | | 5 | | | |
| 2.11. | Тема 2.11. Функции распределения вероятностей СВ. | | | 2 | 2 | | | | | 5 | | | | 5 | | | |
| 2.12. | Тема 2.12.Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства. | | | 2 | 2 | | | | | 6 | | | | 5 | | | |
| 2.13. | Тема 2.13. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б)вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в)правило трех сигм. | | | 2 | 2 | | | | | 6 | | | | 5 | | | |
| 2.14. | Тема 2.14. Понятие о теореме Ляпунова. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс. | | | 2 | 4 | | | | | 4 | | | | 5 | | | |
| 2.15. | Тема 2.15.Функция одного случайного аргумента и ее распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента. | | | 2 | 4 | | | | | 4 | | | | 5 | | | |
| 2.16. | Тема 2.16.Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения. а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента. | | | 2 | 2 | | | | | 4 | | | | 5 | | | |
| 2.17 | Тема 2.17.Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б)функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. | | | 2 | 2 | | | | | 4 | | | | 5 | | | |
| 2.18. | Тема 2.18.Вероятность попадания случайной точки в полуполосу, в прямоугольник. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность). Вероятностный смысл двумерной СВ. | | | 2 | 2 | | | | | 4 | | | | 5 | | | |
| 2.19. | Тема 2.19.Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ. | | | 2 | 2 | | | | | 2 | | | | 5 | | | |

[illegible]

4.2. Содержание дисциплины (модуля) Б.1.В.04 Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 1. Введение в теорию вероятностей. Экскурс в историю. Различные подходы к определению вероятности.

Случайные явления. Статистический подход к понятию вероятности. Классическая вероятность. Геометрическая вероятность.

Парадокс де Мере. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.

Тема 2. Понятие вероятностного пространства. Аксиомы теории вероятностей.

Элементарные и случайные события. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий. Алгебраические операции над событиями. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.

Понятие измеримого пространства. Дополнительная аксиома непрерывности. Аксиоматика Колмогорова. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.

Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.

Тема 3. Условная вероятность. Независимость событий. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

Условная вероятность. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна. Вероятность произведения событий. Независимость алгебр и сигма-алгебр. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли. Область применения доказанных предельных теорем.

Тема 4. Случайные величины и их распределения.

Случайные величины. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.

Тема 5. Числовые характеристики случайных величин.

Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин. Дисперсия и ее свойства. Моменты.

Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".

Задача регрессии. Условное математическое ожидание.

Тема 6. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Моментные характеристики случайных векторов.

Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов. Многомерные распределения. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свойства независимых случайных величин. Свертка

функций распределения и функций плотности.

Смешанные моменты второго порядка для случайных величин. Свойства ковариации и коэффициента корреляции. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства. Многомерное нормальное распределение. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.

Тема 7. Законы больших чисел Чебышёва. Закон больших чисел Я.Бернулли.

Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины. Закон больших чисел Чебышёва. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем. Следствия из предельных теорем. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.

Тема 8. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.

Тема 9. Функции распределения вероятностей СВ. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.

Тема 10. Нормальное распределение:

- а) числовые характеристики;
- б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины;
- в) правило трех сигм.

Тема 11. Понятие о теореме Ляпунова. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс.

Тема 12. Функция одного случайного аргумента и ее распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.

Тема 13. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения.

- а) Распределение «Хи-квадрат»;
- б) Распределение Стюдента.

Тема 14. Системы 2-х случайных величин:

- а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ;
- б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.

Тема 15. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу, в прямоугольник.

Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность). Вероятностный смысл двумерной СВ.

Тема 16. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.

Тема 17. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ. Условное математическое ожидание.

Тема 18. Числовые характеристики систем двух СВ. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.

Тема 19. Нормальный закон распределения на плоскости. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.

Тема 20. Выборочный метод. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.

Тема 21. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.

Тема 22. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.

Тема 23. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.

Тема 24. Методы расчета сводных характеристик выборки:

- а) условные варианты;
- б) условные эмпирические моменты;
- в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

Тема 25. Заключительная лекция по пройденному материалу.

5. Образовательные технологии

В освоении дисциплины используются следующие образовательные технологии:

- практические (семинарские) занятия, дискуссий и обмена мнениями, разбора альтернативных ситуаций;
- индивидуальные консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками, с Интернет ресурсами;
- задачи (примеры);
- контрольные опросы (промежуточный контроль), зачет и экзамен.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ингушский государственный университет» приказ от 30.10.2018 №807

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства

промежуточной аттестации.

Система и критерии оценивания

| Шкала оценивания | Критерии оценивания сформированности компетенций | |
|-------------------------|---|---|
| | Устное собеседование | Письменная работа |
| 5 (отлично) | Полный, исчерпывающий ответ, явно демонстрирующий глубокое понимание предмета и широкую эрудицию в оцениваемой области. Критический, оригинальный подход к материалу. | Качество исполнения всех элементов задания полностью соответствует всем требованиям |
| 4 (хорошо) | Ответ стандартный, в целом качественный, основан на всеобщих источниках информации. Присутствуют небольшие пробелы в знаниях или несущественные ошибки. | Задание выполнено в соответствии с поставленной задачей. Имеются отдельные несущественные ошибки или отступления от правил оформления. |
| 3 (удовлетворительно) | Ответ неполный, основанный только на лекционных материалах. При понимании сущности предмета в целом существенные ошибки или пробелы в знаниях сразу по нескольким темам, незнание (путаница) важных терминов. | Задание выполнено полностью, но с многочисленными существенными ошибками. При этом нарушены правила оформления или сроки представления. |
| 2 (неудовлетворительно) | Неспособность ответить на вопрос без помощи экзаменатора. Незнание значительной части принципиально важных элементов дисциплины. Многочисленные грубые ошибки | Отсутствие одного или нескольких обязательных элементов задания, либо многочисленные грубые ошибки в работе, либо грубое нарушение правил оформления. |

6.1. План самостоятельной работы студентов

| № нед. | Тема | Вид самостоятельной работы | Рекомендуемая литература (Указывается номер из раздела 7) | Количество часов (должно соответствовать указанному в таблице 4.1) |
|--------|---------------|--|---|--|
| 5-6 | Тема 1.2.-1.5 | Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным | О: [1-3] Д: [1-3] | 8 часов |

| | | | | |
|-------|----------------|---|--------------------------|---------|
| | | преподавателем Контрольная работа Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой | | |
| 8-9 | Тема 1.6.-1.8. | Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Контрольная работа Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой | О: [1-3] Д: [1-3] | 6 часов |
| 10-11 | Тема 1.1-1.8 | Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Подготовка к тестированию Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой | О: [1-3] Д: [1-3] | 4 часа |
| 12-13 | Тема 2.1-2.7 | Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение | О: [1-3] Д: [1-3] | 6 часов |

| | | | | |
|-------|----------------|---|---------------------------------|----------|
| | | <p>практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p> | | |
| 25-26 | Тема 2.10-2.13 | <p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p> | <p>О: [1-3]</p> <p>Д: [1-3]</p> | 19 часов |
| 27-28 | Тема 2.14-2.17 | <p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p> | <p>О: [1-3]</p> <p>Д: [1-3]</p> | 16 часов |
| 29-30 | Тема 2.18-2.20 | <p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное</p> | <p>О: [1-3]</p> <p>Д: [1-3]</p> | 8 часов |

| | | | | |
|-------|----------------|---|---------------------------------|----------|
| | | <p>решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p> | | |
| 31-32 | Тема 2.21-2.22 | <p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p> | <p>О: [1-3]</p> <p>Д: [1-3]</p> | 6 часов |
| 33-35 | Тема 3.1-3.2 | <p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> <p>Самостоятельное решение практических заданий</p> <p>Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой</p> | | 8 часов |
| 36-39 | Тема 3.3-3.5 | <p>Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем</p> | | 10 часов |

| | | | | |
|--|--|---|--|--|
| | | Самостоятельное решение практических заданий | | |
| | | Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой | | |

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

| Вид работ | Методические рекомендации |
|------------------------|---|
| лекции | Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например, в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы. |
| практические занятия | В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобраным на практических занятиях задачах. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы. |
| самостоятельная работа | Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы |
| экзамен | Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательной уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений. |

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контрольная работа №1

1. Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первое блюдо в меню может быть выбрано 5 способами, второе блюдо — 4, а третье блюдо — 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?
2. Пятеро гостей случайным образом рассаживаются за Столом, Сколькими способами можно их рассадить так, чтобы хотя бы 2 гостя поменялись местами {изменился порядок}?
3. Десять участников финала разыгрывают! одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти награды могут быть распределены между спортсменами?
4. В полуфинальном забеге участвуют десять спортсменов, Три спортсмена» показавшие лучший результат, попадают в финал. Сколько существует различных троек финалистов?
5. Для автомобильных номеров используются 10 цифр и 28 букв. Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр. Какое максимальное число машин может получить номера при такой системе нумерации?
6. В цветочном киоске продается 10 наименований цветов. Покупатель желает приобрести букет из 5 цветов. Сколько существует комбинаций таких букетов
7. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 два раза и цифра 5 — три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?
8. Описать пространство элементарных событий следующего опыта — брошены две игральные кости.
9. Имеется колода тщательно перемешанных карт (36 листов). Наугад вытаскивается одна карта. Сколько в среднем надо провести опытов, чтобы этой картой был туз пиковый?
10. Рассмотрим игру в преферанс, когда старшие 32 карты карточной колоды случайным образом распределяются между тремя игроками, получающими по 10 карт, и «прикупом», куда кладут 2 карты. Какова вероятность того, что в прикупе окажутся 2 туза?

11. Предположим, что один из играющих имеет 5 старших карт одной масти (черви), исключая даму. При объявлении ранга игры участнику приходится учитывать возможность образования у одного из вистующих — противников — комбинации из трех оставшихся червей. Какова вероятность этого события?
12. В поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренние дефекты. Какова вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными?

Контрольная работа №2

1. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел от -1 до 1 больше нуля, а их произведение отрицательно.
2. Из промежутка $[0; 2]$ наудачу выбраны два числа x и y . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенству:

$$x^2 \leq 4y \leq 4x.$$

Контрольная работа №3

1. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?
2. Подбрасываются 2 монеты. Найдите вероятность выпадения на обеих монетах герба.
3. Прибор, работающий в течение времени t , состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может в течение времени t отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора. За время t вероятность безотказной работы узлов соответственно равна: 0,8; 0,9; 0,7. Какова надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время t ?
4. Экзаменующимся по теории вероятностей было предложено 34 билета. Студент дважды извлекает по одному билету из предложенных (не возвращая их). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил лишь 30 билетов и в первый раз вытянул «неудачный» билет?
5. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся два белых и один черный шар. Во второй урне — три белых и один черный, а в третьей урне — два белых и два черных. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны извлечет белый шар?
6. Представим себе странника, идущего из некоторого пункта O и на разветвлении дорог выбирающего наугад один из возможных путей. Какова вероятность того, что странник из пункта O попадет в пункт A ?

1. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества, 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, и их надежность за время t равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время t имеют надежность 0,7. Прибор испытан и за время t работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?
2. В урне находятся три шара белого и черного цвета, причем распределение числа шаров по цветам неизвестно. В результате испытания из урны извлекли один шар. а) Сформулируйте гипотезы о содержимом урны до испытания и укажите их вероятности. б) Найдите вероятности гипотез после испытания, состоящего в извлечении из урны белого шара.
3. Три организации представили в налоговую инспекцию отчеты для выборочной проверки. Первая организация представила 15 отчетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления отчетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,85. Наугад был выбран один отчет, и он оказался правильным, Какова вероятность того, что этот отчет принадлежит второй организации?

Вопросы к экзамену:

1. Случайные явления.
2. Статистический подход к понятию вероятности.
3. Классическая вероятность.
4. Геометрическая вероятность.
5. Парадокс де Мере.
6. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
7. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
8. Элементарные и случайные события.
9. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
10. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
11. Алгебраические операции над событиями.
12. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
13. Понятие измеримого пространства.
14. Дополнительная аксиома непрерывности.
15. Аксиоматика Колмогорова.
16. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
17. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
18. Условная вероятность. Независимость событий.

19. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
20. Вероятность произведения событий.
21. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
22. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
25. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
26. Область применения доказанных предельных теорем.
27. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
28. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
29. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
30. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
31. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
32. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
33. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
34. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
35. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
36. Многомерные распределения.
37. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
38. Критерий независимости случайных величин.
39. Свойства независимых случайных величин.
40. Свертка функций распределения и функций плотности.
41. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
42. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.
43. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства.
44. Многомерное нормальное распределение.
45. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение.
46. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.
47. Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины.
48. Закон больших чисел Чебышёва.
49. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем.
50. Следствия из предельных теорем.
51. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.
52. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
53. Функции распределения вероятностей СВ.
54. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.
55. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.
56. Понятие о теореме Ляпунова.
57. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального.
58. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.
59. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.
60. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения: а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента.

61. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ;
б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
62. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность).
63. Вероятностный смысл двумерной СВ.
64. Свойства двумерной плотности вероятности.
65. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.
66. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ.
67. Условное математическое ожидание.
68. Числовые характеристики систем двух СВ.
69. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
70. Нормальный закон распределения на плоскости.
71. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.
72. Выборочный метод. Задачи математической статистики.
73. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора.
74. Статистическое распределение выборки.
75. Эмпирическая функция распределения.
76. Полигон и диграма.
77. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя.
78. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.
79. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.
80. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ (альфа), для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.
81. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.
82. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

Контроль освоения компетенций

| № п/п | Вид контроля | Контролируемые темы (разделы) | Компетенции, компоненты которых контролируются |
|-------|---|-------------------------------|---|
| 1. | Аудиторная контрольная работа (проверка и оценка) | Раздел 1. Тема 1.2 – 1.5. | ОПК-2 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний |
| | | Раздел 2. Тема 1.6. – 1.8. | |
| | | Раздел 3. Тема 2.10 - 2.13. | |
| | | Раздел 4. Тема 2.14 - 2.16. | |
| | | Раздел 5. Тема 2.17 - 2.19. | |
| | | Раздел 6. Тема 2.10 - 2.13. | |
| | | Раздел 7. Тема 2.14 - 2.16. | |
| | | Раздел 8. Тема 2.17 - 2.19. | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| 2. | Тестирование. Подготовка к тестированию. (оценка результатов) | Раздел 1. Тема 1.1.- 1.8. | ОПК-2 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний |
| | | Раздел 2. Тема 2.20-2.22. | |
| | | Раздел 3. Тема 3.4-3.5. | |
| 3. | Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная) | Раздел 2. Тема 2.1.- 2.7. | ОПК-2 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний |
| | | Раздел 3. Тема 3.1-3.2. | |
| | | Раздел 3. Тема 3.6.-3.7. | |
| 4. | Зачет | Раздел 1. Тема 1.1.- 2.9. | ОПК-2 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний |
| 5 | Экзамен (экзаменационный билет) | Раздел 2. Тема 2.10-2.22. Раздел 3 . Тема 3.1-3.5. | ОПК-2 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических |

| | | | |
|--|--|--|---|
| | | | моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний |
|--|--|--|---|

Таблица 6.1

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

| Оценка | Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета |
|--------------|--|
| «Зачтено» | Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки. |
| «Не зачтено» | Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму. |

Таблица 6.2

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

| Оценка | Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена |
|---------------|---|
| «Отлично» | Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму. |
| «Хорошо» | Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму. |
| » | Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки. |
| «Неудовлетво- | Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки |

| | |
|-----------|--|
| рительно» | работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму. |
|-----------|--|

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов. Компьютерный класс.

7.1. Учебная литература:

Основная литература

1. Шилова З.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / З.В. Шилова, О.И. Шилов. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Ар Букс, 2015. — 158 с. — 978-5-906-17262-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/33863.html>
2. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукусуев. — Электрон.текстовые данные. — М. : Дашков и К, 2014. — 473 с. — 978-5-394-02108-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/4444.html>
3. Логинов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : лекции для студентов, обучающихся по специальности 080100.62 (Экономика) / В.А. Логинов. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московская государственная академия водного транспорта, 2013. — 188 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46854.html>

Дополнительная литература

1. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник для вузов / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. — Электрон.текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 352 с. — 5-238-00560-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8599.html>
2. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, АГРУС, 2013. — 257 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/47360.html>
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.С. Мхитарян [и др.]. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. — 336 с. — 978-5-4257-0106-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17047.html>

7.2. Интернет-ресурсы

1. e-Library.ru [Электронный ресурс]: Научная электронная библиотека. — URL: <http://elibrary.ru/> (дата обращения 11.05.2018).
2. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/> (дата обращения 11.05.2018).
3. Портал психологических изданий PsyJournals.ru <http://psyjournals.ru/index.shtml>
4. Электронный психологический журнал «Психологические исследования» <http://psystudy.ru/>
5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» [Электронный ресурс]. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php> (дата обращения 11.07.2018). — Доступ к системе согласно правилам ЭБС и договором университета с ЭБС.

6. Электронно-библиотечная система IPRbooks[Электронный ресурс]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/> (дата обращения 11.07.2018). – Доступ к системе согласно правилам ЭБС и договором университета с ЭБС.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "

7.3. Программное обеспечение

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe

Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Для подготовки презентаций и их демонстрации необходима программа Impress из свободного пакета офисных приложений OpenOffice (или иной аналог с коммерческой или свободной лицензией).

7.4. Материально-техническое обеспечение:

Для освоения данной дисциплины необходимы:

- мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор, ресурсы Интернета);

- классическая доска;

- мел.

Рабочая программа дисциплины **Б1.В.05. Теория вероятностей и математическая статистика** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование Математика

Программу составила:

Профессор кафедры «Математический анализ», к.ф.-м.н. Танкиев Исмаил Аюпович

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»
Протокол №6 от «27» февраля 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического
факультета
Протокол № 7 от «13» марта 2025 г.

**Оценочные материалы по дисциплине «Теория вероятностей и
математическая статистика»**

1. Оценочные материалы для текущего контроля

1.1. Тестовые материалы

Тема 6. Основные законы распределения ДСВ и НСВ

ВАРИАНТ 1

- 1) График плотности нормального распределения называется
 - a) -кривой Гаусса
 - b) -кривой Бернулли
 - c) -кривой Пуассона
 - d) -кривой Лапласа
- 2) Дискретная случайная величина, выражающая число появления события А в n независимых испытаниях, проводимых в равных условиях и с одинаковой вероятностью появления события в каждом испытании, называется распределенной по
 - a) -нормальному закону
 - b) -по закону Пуассона
 - c) -биномиальному закону
 - d) -по показательному закону
- 3) Если случайная величина имеет биномиальное распределение, n -число независимых испытаний, а p - вероятность наступления события, то дисперсия случайной величины вычисляется по формуле
 - a) $-D(X) = npq$
 - b) $-D(X) = np$
 - c) $-D(X) = n-p$
 - d) $-D(X) = p$
- 4) Свойство стационарности потока событий означает, что вероятность появления k событий за промежуток времени q
 - a) -не зависит от числа k
 - b) -не зависит от величины промежутка времени
 - c) -зависит только от числа k и величины промежутка времени
 - d) -не зависит ни от числа k ни от величины промежутка времени
- 5) Функция надежности связана с
 - a) -нормальным распределением
 - b) -биномиальным распределением
 - c) -равномерным распределением
 - d) -показательным распределением
- 6) Дисперсия равномерно распределенной случайной величины вычисляется по формуле
 - a) $-D(X) = b-a$
 - b) $-D(X) = b+a$
 - c) $-D(X) = (b-a)^2/12$
 - d) $-D(X) = (b-a)/12$
- 7) Если λ - интенсивность отказов работы элемента, то 1/λ - это

а) -надежность работы

- b) -скорость отказов работы
 - c) -вероятность отказа
 - d) -наработка на отказ
- 8) Распределение Пуассона имеет
- a) -0 параметров
 - b) -два параметра
 - c) -один параметр
 - d) -три параметра
- 9) В точке $x = a$ кривая Гаусса имеет
- a) -точку перегиба
 - b) -точку минимума
 - c) -точку разрыва
 - d) -точку максимума
- 10) Распределение Пуассона характеризуется тем, что его
- a) -математическое ожидание и дисперсия
 - b) -равны между собой
 - c) -обратно пропорциональны друг другу
 - d) -оба равны 0
 - e) -отличаются друг от друга на 1
- 11) Интенсивностью потока называется
- a) -общее число появления событий в наблюдаемый отрезок времени
 - b) -среднее время между появлением событий
 - c) -среднее число появлений событий за единицу времени
 - d) -общее время между появлением событий
- 12) Непрерывная случайная величина, являющаяся промежутком времени между появлением двух событий в простейшем потоке, имеет
- a) -равномерное распределение
 - b) -нормальное распределение
 - c) -биномиальное распределение
 - d) -показательное распределение
- 13) Соответствие между возможными значениями дискретной случайной величины и вероятностями их появления называется
- a) -законом распределения дискретной случайной величины
 - b) -законом больших чисел
 - c) -вероятностным соотношением
 - d) -пределом дискретной случайной величины
- 14) Графиком функции распределения равномерно распределенной случайной величины является
- a) -непрерывная ломаная линия
 - b) -непрерывная кривая
 - c) -разрывная ступенчатая линия
 - d) -кривая Гаусса
- 15) Графическое изображение функции плотности распределения называется
- a) -графиком распределения
 - b) -кривой распределения
 - c) -графиком случайной величины

- d) -вероятностной кривой

ВАРИАНТ 2

- 1) Нормальное распределение случайной величины возникает тогда, когда варьирование случайной величины обусловлено воздействием
- a) -малого числа факторов
 - b) -большого числа факторов
 - c) -редкими факторами
 - d) -конечным заранее определенным числом факторов
- 2) Если случайная величина имеет биномиальное распределение, n - число независимых испытаний, p - вероятность наступления события, то математическое ожидание вычисляется по формуле
- a) $-M(X) = n$
 - b) $-M(X) = p$
 - c) $-M(X) = npq$
 - d) $-M(X) = np$
- 3) В распределении Пуассона редких событий параметр a равен
- a) $-a = p$
 - b) $-a = np$
 - c) $-a = n^2$
 - d) $-a = p^2$
- 4) Для расчета вероятностей ошибок при округлении показаний измерительных приборов используют
- a) -равномерное распределение
 - b) -биномиальное распределение
 - c) -распределение Пуассона
 - d) -нормальное распределение
- 5) Математическое ожидание равномерно распределенной случайной величины вычисляется по формуле
- a) $-M(X) = (a-b)/2$
 - b) $-M(X) = (a+b)/2$
 - c) $-M(X) = (b-a)/2$
 - d) $-M(X) = a+b$
- 6) У показательного распределения математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение
- a) -всегда различны
 - b) -всегда различаются на единицу
 - c) -всегда равны
 - d) -всегда равны 1
- 7) Графиком плотности распределения равномерно распределенной
- a) -случайной величины является
 - b) -ступенчатая функция
 - c) -парабола
 - d) -гипербола
 - e) -экспонента

- 8) Показательное распределение имеет
- a) -0 параметров
 - b) -три параметра
 - c) -два параметра
 - d) -один параметр
- 9) Точки и являются для кривой Гаусса
- a) -точками перегиба
 - b) -точками максимума
 - c) -точками минимума
 - d) -точками разрыва
- 10) Поток событий называется простейшим, если он обладает следующими свойствами
- a) -стационарностью, отсутствием последействия, независимостью
 - b) -стационарностью, отсутствием последействия, ординарностью
 - c) -отсутствием последействия, периодичностью, непрерывностью
 - d) -стационарностью, периодичностью, непрерывностью
- 11) Случайная величина, являющаяся числом появлений событий в простейшем потоке за фиксированный промежуток времени, имеет распределение
- a) -нормальное
 - b) -биномиальное
 - c) -Пуассона
- 12) Параметрами нормального распределения являются
- a) -математическое ожидание и средне – квадратическое отклонение
 - b) -функция распределения и функция плотности распределения
 - c) -функция $p(x)$ и $\Phi(x)$
 - d) -дисперсия и средне - квадратическое отклонение
- 13) Непрерывную случайную величину можно задать с помощью
- a) -ряда распределения
 - b) -функции распределения
 - c) -полигона распределения
 - d) -вероятностной таблицы
- 14) График функции распределения дискретной случайной величины представляет собой
- a) -непрерывную линию
 - b) -кривую Гаусса
 - c) -изображение отдельных точек на плоскости
 - d) -ступенчатую разрывную линию
- 15) Графиком функции распределения равномерно распределенной случайной величины является
- a) -непрерывная ломаная линия
 - b) -непрерывная кривая
 - c) -разрывная ступенчатая линия
 - d) -кривая Гаусса

Критерии оценки

«4» балла, если:

- 14-15 верных ответов;

«3» балла, если:

- 12-13 верных ответов;

«2» балла, если:

- 9-11 верных ответов;

«1» балл, если:

- 5-8 верных ответов;

«0» баллов, если:

- менее 5 верных ответов;
- тестирование не выполнялось.

1.2. Вопросы для коллоквиума

1. Задачи математической статистики. Выборочный метод.
2. Генеральная совокупность и выборка, вариационные ряды.
3. Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функций распределения. Полигон и гистограмма.
4. Выборочные числовые характеристики.
5. Точечные оценки.
6. Метод моментов.
7. Метод наибольшего правдоподобия.
8. Интервальные оценки. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
9. Интервальная оценка вероятности события.
10. Метод произведений вычисления выборочных средней и дисперсии.
11. Метод сумм вычисления выборочных средней и дисперсии.
12. Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы.
13. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения.
14. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями.
15. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями.
16. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений.
17. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события.
18. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей.
19. Проверка гипотезы о модели закона распределения.
20. Критерий согласия Пирсона.

Критерии оценки

«2» балла, если:

- студент демонстрирует глубокое и прочное усвоение программного материала - полные, последовательные, грамотные и логически излагаемые ответы при видеоизменении вопроса;

«1» балл, если:

- студент демонстрирует усвоение основного материала, при ответе допускаются неточности;

«0» баллов, если:

- студент демонстрирует незнание программного материала.

1.3. Задания для контрольной работы

ТЕМА 1. Основные понятия теории вероятностей

ВАРИАНТ 1

1. Все натуральные числа от 1 до 30 написаны на одинаковых карточках и положены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 5?
2. В прямоугольник 5×4 см² вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?
3. Описать вклад ученых в развитие теории вероятностей и математической статистики.

ВАРИАНТ 2

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.
2. После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошёл обрыв провода. Какова вероятность того, что он произошёл между 50-м и 55-м километрами линии?
3. Описать области применимости теории вероятностей и математической статистики

ТЕМА 2. Основные теоремы теории вероятностей

ВАРИАНТ 1

1. В билете 3 раздела. Из 30 вопросов первого раздела студент знает 20 вопросов, из 20 вопросов второго – 15, из 20 вопросов третьего – 10. Определить вероятность правильного ответа студента по билету.
2. В группе из 20 человек 5 студентов не подготовили задание. Какова вероятность того, что два первых студента, вызванные наугад, будут не готовы к ответу.
3. Предложите исторический фрагмент, теоретический или практический материал из теории вероятностей и статистики для использования в школьном курсе математики и информатики.

ВАРИАНТ 2

1. В ящике находятся пуговицы различных цветов: белых – 50%; красных – 20%; зеленых – 20%; синих – 10%. Какова вероятность того, что взятая наугад пуговица окажется синего или зеленого цвета.
2. Вероятность того, что в летнюю сессию студент сдаст первый экзамен, равна 0,8; второй – 0,9; третий – 0,8. Найти вероятность того, что он сдаст только первый экзамен.
3. Перечислите предметные результаты обучения стохастической линии в школьном курсе математики.

ТЕМА 3. Независимые испытания

ВАРИАНТ 1

Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров:

1. не более одного потребует ремонта;
2. хотя бы один не потребует ремонта.

ВАРИАНТ 2

Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время Т. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут:

1. не менее четырех элементов;
2. хотя бы один элемент.

ТЕМА 4. Дискретные случайные величины (ДСВ) и их числовые характеристики

ВАРИАНТ 1

Закон распределения ДСВ X задан таблицей распределения

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|---|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| p_i | 1/8 | 1/4 | 1/3 | c |

Найти:

1. математическое ожидание;
2. дисперсию $D(X)$
3. среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$

ВАРИАНТ 2

Закон распределения ДСВ X задан таблицей распределения

| | | | | |
|-------|-----|---|-----|-----|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| p_i | 0,1 | c | 0,3 | 0,5 |

Найти:

1. математическое ожидание;
2. дисперсию $D(X)$
3. среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$

ТЕМА 5. Непрерывные случайные величины (НСВ) и их числовые характеристики

ВАРИАНТ 1

Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ Ax^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

$a=2, b=3$.

Требуется:

1. найти плотность распределения вероятностей $f(x)$

2. определить коэффициент А
3. схематично построить графики $F(x)$ и $f(x)$
4. найти математическое ожидание и дисперсию X
5. найти вероятность того, что X примет значение из интервала (a, b)

ВАРИАНТ 2

Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ Ax^2 & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 1 & \text{при } x > 6 \end{cases}$$

$a=-2, b=4$.

Требуется:

1. найти плотность распределения вероятностей $f(x)$
2. определить коэффициент А
3. схематично построить графики $F(x)$ и $f(x)$
4. найти математическое ожидание и дисперсию X
5. найти вероятность того, что X примет значение из интервала (a, b)

ТЕМА 7. Предельные теоремы

ВАРИАНТ 1

Дискретная случайная величина X задана законом распределения

| | | |
|-----|-----|-----|
| X | 0,3 | 0,6 |
| p | 0,2 | 0,8 |

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $|X - M(X)| < 0,2$

ВАРИАНТ 2

Дискретная случайная величина X задана законом распределения

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | 0,1 | 0,4 | 0,6 |
| p | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $|X - M(X)| < \sqrt{0,4}$

ТЕМА 8. Основные понятия математической статистики

Для задач №1 и №2:

- А. построить дискретный и интервальный вариационные ряды соответственно.
- Б. Для задачи №1 построить полигон и кумулятивную кривую. Для задачи № 2

построить гистограмму и кумулятивную кривую;

В. Определить числовые характеристики выборки:

1. Выборочную среднюю
2. Выборочную геометрическую
3. Моду
4. Медиану
5. Вариационный размах
6. Выборочную дисперсию
7. Выборочное стандартное отклонение
8. Коэффициент вариации
9. Асимметрию и коэффициент асимметрии
10. Эксцесс и коэффициент эксцесса

Из таблиц выбрать три строки, соответствующие трем последним цифрам зачетки. Если цифры повторяются, то каждую повторяющуюся цифру увеличить соответственно на 1. Например, если три последние цифры зачетки равны 555, то из таблиц следует выбрать строки под номерами 5, 6, 7.

Задача №1

Требуется выявить картину успеваемости студентов, сдавших экзамен по курсу "Математическая статистика". В группе 30 человек. В результате изучения отчетных документов была составлена следующая таблица оценок, полученных студентами по факультету (в порядке алфавитного списка студентов):

| № п/п | Оценки | | | | | | | | | |
|-------|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 3 | 4 | 5 | 4 | 3 | 5 | 4 | 2 | 4 |
| 1 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 5 | 4 | 5 | 3 | 4 |
| 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 4 | 5 |
| 3 | 3 | 5 | 4 | 2 | 5 | 4 | 5 | 3 | 5 | 4 |
| 4 | 5 | 5 | 3 | 5 | 4 | 3 | 3 | 4 | 5 | 4 |
| 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 2 | 5 | 4 | 5 |
| 6 | 5 | 4 | 4 | 5 | 2 | 3 | 5 | 4 | 5 | 4 |
| 7 | 5 | 4 | 5 | 4 | 3 | 5 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| 8 | 5 | 4 | 4 | 5 | 2 | 3 | 5 | 4 | 5 | 4 |
| 9 | 5 | 4 | 3 | 5 | 3 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4 |

Задача №2

Студенты некоторой группы, состоящей из 30 человек, написали выпускную контрольную работу. Каждый студент набрал определенное количество баллов. Приведем эти баллы (в порядке алфавитного списка студентов):

| № п/п | Число баллов, полученных студентами | | | | | | | | | |
|-------|-------------------------------------|----|-----|----|-----|----|-----|-----|-----|----|
| 0 | 64 | 59 | 116 | 89 | 76 | 55 | 87 | 65 | 99 | 94 |
| 1 | 76 | 59 | 78 | 34 | 89 | 42 | 91 | 41 | 99 | 49 |
| 2 | 59 | 66 | 57 | 79 | 65 | 94 | 67 | 103 | 38 | 68 |
| 3 | 85 | 51 | 78 | 38 | 87 | 43 | 104 | 49 | 58 | 33 |
| 4 | 53 | 75 | 28 | 67 | 37 | 50 | 98 | 56 | 71 | 83 |
| 5 | 68 | 58 | 82 | 67 | 57 | 72 | 59 | 86 | 51 | 64 |
| 6 | 70 | 53 | 32 | 56 | 100 | 57 | 69 | 87 | 82 | 67 |
| 7 | 37 | 74 | 39 | 84 | 37 | 99 | 47 | 110 | 57 | 96 |
| 8 | 66 | 46 | 72 | 54 | 75 | 47 | 79 | 61 | 115 | 65 |
| 9 | 67 | 70 | 24 | 73 | 40 | 58 | 78 | 75 | 87 | 51 |

ТЕМА 9. Статистические оценки параметров распределения

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью **0,99** неизвестного математического ожидания μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное стандартное отклонение σ , выборочная средняя \bar{x}_g и объем выборки n :

ВАРИАНТ 1

$$\sigma = 4, \bar{x}_g = 10.2, n = 16.$$

ВАРИАНТ 2

$$\sigma = 5, \bar{x}_g = 16.8, n = 25.$$

Критерии оценки

«4» балла, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

«3» балла, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

«2» балла, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

«1» балл, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

«0» балла, если:

- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний и умений по проверяемой теме или работа не выполнялась.

2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

2.1. Примерный перечень вопросов для экзамена

1. Элементы комбинаторики.
2. Различные подходы к определению вероятности.
3. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
4. Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.
5. Теоремы сложения вероятностей случайных событий. Следствия теорем.
6. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
8. Независимые испытания. Формула Бернулли.
9. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

10. Случайные величины: понятие, классификация, примеры.
11. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства.
12. Биномиальное распределение.
13. Геометрическое распределение.
14. Распределения Пуассона.
15. Функция распределения вероятностей. Плотность распределения вероятностей.
16. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
17. Равномерное распределение.
18. Показательное распределение.
19. Нормальный закон распределения.
20. Теорема Чебышева закона больших чисел.
21. Задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка, вариационные ряды.
22. Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функций распределения. Полигон и гистограмма.
23. Выборочные числовые характеристики.
24. Точечные оценки.
25. Метод моментов.
26. Метод наибольшего правдоподобия.
27. Интервальные оценки.
28. Метод произведений вычисления выборочных средней и дисперсии.
29. Метод сумм вычисления выборочных средней и дисперсии.
30. Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы.
31. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения.
32. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с известными дисперсиями.
33. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений с неизвестными, но равными дисперсиями.
34. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений.
35. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события.
36. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей.
37. Проверка гипотезы о модели закона распределения.
38. Критерий согласия Пирсона.

2.2. Типовые задачи (практические задания)

1. В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.
2. В урне 5 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании (событие B), если при первом испытании был извлечен черный шар (событие A).
3. В урне 6 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании (событие B), если при первом испытании был извлечен черный шар (событие A).
4. На склад поступило 1500 изделий с первой фабрики и 2000 изделий со второй. Известно, что средний процент нестандартных изделий среди продукции первой фабрики равен 3%, второй – равен 2%. Найти вероятность того, что наудачу взятое со склада изделие будет нестандартным.
5. В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей 4 стандартных.

6. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.
7. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , которая может принимать только два значения: x_1 с вероятностью p_1 и x_2 с вероятностью p_2 , причем $x_1 < x_2$. Математическое ожидание $M(X)$ и дисперсия $D(X)$ также известны $p_1 = 0,9$, $M(X) = 4,1$, $D(X) = 0,09$.
8. Все натуральные числа от 1 до 30 написаны на одинаковых карточках и положены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 5?
9. Турист, заблудившись в лесу, вышел на полянку, от которой в разные стороны ведут 5 дорог. Если турист пойдет по первой дороге, то вероятность выхода туриста из леса в течение часа составляет 0,6; если по второй – 0,3; если по третьей – 0,2; если по четвертой – 0,1; если по пятой – 0,1. Какова вероятность того, что турист пошел по первой дороге, если через час он вышел из леса?
10. Среди поступающих на склад деталей 30% из цеха 1, 70% – из цеха 2. Вероятность брака для цеха 1 равна 0,02, для цеха 2 – 0,03. Наудачу взятая деталь оказалась доброкачественной. Какова вероятность того, что она изготовлена в цехе 1?
11. В тире имеется пять винтовок, вероятности попадания из которых соответственно равны 0,5, 0,6, 0,7, 0,8 и 0,9. Стрелок берет наудачу одну из винтовок. Найти вероятность попадания в цель.
12. Число грузовых машин, проезжающих мимо колонки, относится к числу легковых как 3:2. Вероятность того, что грузовая машина будет заправляться, равна 0,1, а того, что будет заправляться легковая 0,2. У бензоколонки заправляется машина. Какова вероятность того, что это грузовая машина?
13. На склад с трех предприятий поступает продукция первого и второго сорта. В продукции первого предприятия содержится 15% второсортных изделий, в продукции второго предприятия – 25%, в продукции третьего предприятия – 30%. Чему равна вероятность того, что среди трех изделий (по одному из продукции каждого предприятия) окажутся первосортными два изделия.
14. В прямоугольник 5×4 см² вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?
15. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый и второй вопросы одинаковы и равны 0,9; на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент: а) ответит на все вопросы; б) ответит, по крайней мере, на два вопроса; в) не ответит ни на один вопрос.
16. Была проведена одна и та же контрольная работа в трех группах. В первой группе из 30 студентов 8 выполнили работу на «отлично», во второй, где 28 студентов, – 6 «отличных» работ, в третьей, где 27 студентов, – 9 работ выполнены на «отлично». Найти вероятность того, что первая выбранная наудачу работа из работ, принадлежащих группе, которая также выбрана наудачу, окажется «отличной».
17. Среди поступающих на склад деталей 30% из цеха 1, 70% – из цеха 2. Вероятность брака для цеха 1 равна 0,02, для цеха 2 – 0,03. Наудачу взятая деталь оказалась доброкачественной. Какова вероятность того, что она изготовлена в цехе 1?
18. Три выключателя соединены параллельно. Вероятность выхода из строя первого выключателя равна 3%, второго – 4%, третьего – 1%. Какова вероятность того, что цепь будет разомкнута?
19. На экзамене по математике для усиления контроля класс из 35 учащихся рассадил в три аудитории. В первую посадили 10 человек, во вторую – 12, в третью – остальных. Какова вероятность того, что два друга окажутся в одной аудитории?

20. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?
21. Составить закон распределения вероятностей числа попаданий в мишень при двух независимых выстрелах, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8.
22. На карточках выписаны числа от 1 до 10 (на одной карточке – одно число). Карточки положили на стол и перемешали. Какова вероятность того, что на вытащенной карточке окажется число 3?
23. На соревнованиях по стрельбе стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,04, в девятку 0,1, в восьмерку – 0,2. Какова вероятность того, что одним выстрелом стрелок наберет не менее восьми очков.
24. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?
25. На склад поступило 1500 изделий с первой фабрики и 2000 изделий со второй. Известно, что средний процент нестандартных изделий среди продукции первой фабрики равен 3%, второй – равен 2%. Найти вероятность того, что наудачу взятое со склада изделие будет нестандартным.
26. В цехе работают три станка. Вероятность отказа в течение смены для станков соответственно равна 0,1, 0,2 и 0,15. Найти вероятность того, что в течение смены безотказно проработают два станка.
27. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.
28. Для трех розничных торговых предприятий определен плановый уровень прибыли. Вероятность того, что первое предприятие выполнит план прибыли, равна 90%, для второго она составляет 95%, для третьего 100%. Какова вероятность того, что плановый уровень прибыли будет достигнут: а) всеми предприятиями; б) только двумя предприятиями; в) хотя бы одним предприятием.
29. Сколькими способами можно расставить 4 различные книги на книжной полке?
30. Сколькими способами из 25 учеников класса можно выбрать четырех для участия в праздничном концерте?
31. Вычислите: P_8
32. Вычислите: $C_8^6 \cdot P_2$.
33. Решите уравнение: $A_{x+1}^2 = 20$.
34. Решите уравнение: $C_x^{x-1} \cdot (x-1) = 30$.
35. Приживаемость саженцев яблонь составляет 80%. Наудачу выбирают 5 саженцев. Составить закон распределения числа прижившихся саженцев.
36. По выборке признака X, заданной следующей таблицей:

| | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|
| x_i | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 |
| m_i | 4 | 6 | 10 | 40 | 20 | 12 | 8 |

Найти выборочное среднее, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

37. В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда.

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 44,8 | 46,2 | 45,6 | 44,0 | 46,4 | 45,2 | 46,7 | 45,4 | 45,3 | 46,1 |
| 44,3 | 45,3 | 45,6 | 46,7 | 44,5 | 46,0 | 45,7 | 45,0 | 46,4 | 45,9 |
| 44,4 | 45,4 | 46,1 | 43,4 | 6,5 | 45,9 | 43,9 | 45,7 | 47,1 | 44,9 |
| 43,8 | 45,6 | 45,2 | 46,4 | 46,5 | 45,9 | 43,9 | 45,7 | 47,1 | 44,9 |
| 44,3 | 45,5 | 46,7 | 44,9 | 46,2 | 46,7 | 44,6 | 46,0 | 45,4 | 45,0 |

Требуется: найти среднее выборочное и выборочную дисперсию.

38. В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда.

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 44,8 | 46,2 | 45,6 | 44,0 | 46,4 | 45,2 | 46,7 | 45,4 | 45,3 | 46,1 |
| 44,3 | 45,3 | 45,6 | 46,7 | 44,5 | 46,0 | 45,7 | 45,0 | 46,4 | 45,9 |
| 44,4 | 45,4 | 46,1 | 43,4 | 6,5 | 45,9 | 43,9 | 45,7 | 47,1 | 44,9 |
| 43,8 | 45,6 | 45,2 | 46,4 | 46,5 | 45,9 | 43,9 | 45,7 | 47,1 | 44,9 |
| 44,3 | 45,5 | 46,7 | 44,9 | 46,2 | 46,7 | 44,6 | 46,0 | 45,4 | 45,0 |

Требуется: 1. Записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда; 2. Найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов; 3. Построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения

39. Из генеральной совокупности извлечена выборка объемом 10:

| | | | | | | |
|-------|----|---|---|---|---|---|
| x_i | -2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| m_i | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |

Найти доверительный интервал для математического ожидания с надежностью 0,99.

40. Из генеральной совокупности извлечена выборка объемом 10:

| | | | | | | |
|-------|----|---|---|---|---|---|
| x_i | -2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| m_i | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |

Найти доверительный интервал для математического ожидания с надежностью 0,95.

41. Задана плотность вероятности случайной величины $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ 2x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{при } x > 1 \end{cases}$.

Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, принадлежащее интервалу $(0,5;1)$.

42. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$:

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -1; \\ \frac{1}{2}(x+1), & \text{при } -1 \leq x \leq 1; \\ 1, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Требуется: а) найти дифференциальную функцию; б) найти математическое ожидание и дисперсию X ; в) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

43. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ x/4 + 1/4 & \text{при } -1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, принадлежащее интервалу $(0;2)$.

44. Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ Ax^2 & \text{при } 0 < x \leq 6 \\ 1 & \text{при } x > 6 \end{cases}$$

Требуется: определить коэффициент A ; найти математическое ожидание и дисперсию X .

45. Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ Ax^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Требуется: определить коэффициент A , найти математическое ожидание и дисперсию X .

46. Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ Ax^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

. Требуется: определить коэффициент A ; найти плотность распределения вероятностей $f(x)$; схематично построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

47. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 5 | 2 | 4 | Y | 7 | 9 |
| p | 0,3 | 0,2 | 0,5 | p | 0,8 | 0,2 |

Найти математическое ожидание случайной величины $X+Y$.

48. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 5 | 2 | 4 | Y | 6 | 3 |
| p | 0,5 | 0,1 | 0,4 | p | 0,4 | 0,6 |

Найти математическое ожидание случайной величины $X+Y$.

49. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: $p_1 = 0,8$; $p_2 = 0,7$; $p_3 = 0,9$. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.

50. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | 0,1 | 0,4 | 0,6 |
| p | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $|X-M(X)| < \sqrt{0,4}$

51. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | 0,3 | 0,6 | 0,4 |
| p | 0,2 | 0,5 | 0,3 |

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $|X-M(X)| < 0,2$

52. После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошёл обрыв провода. Какова вероятность того, что он произошёл между 50-м и 55-м километрами линии?

53. Закон распределения ДСВ X задан таблицей распределения

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| p_i | 1/8 | 1/4 | 1/3 | c |

Найти: математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

54. Закон распределения ДСВ X задан таблицей распределения

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| p_i | 0,1 | c | 0,3 | 0,5 |

Найти: математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

55. Выборочная совокупность задана таблицей распределения:

| | | | | |
|-------|----|----|----|---|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| n_i | 25 | 30 | 15 | 5 |

Найти выборочную дисперсию.

56. Выборочная совокупность задана таблицей распределения

| | | | | |
|-------|----|----|----|---|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| n_i | 10 | 20 | 15 | 5 |

Найти выборочную дисперсию.

57. Случайная дискретная величина принимает три возможных значения: $x_1=4$ с вероятностью $p_1=0,5$; $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X)=8$.

58. Дискретная случайная величина задана законом:

| | | | |
|---|-----|-----|-----|
| x | -1 | 0 | 1 |
| p | 0,4 | 0,5 | 0,1 |

Найти числовые характеристики X.

59. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

| | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|---|-----|-----|
| X | 5 | 2 | 4 | Y | 7 | 9 |
| p | 0,6 | 0,1 | 0,3 | p | 0,8 | 0,2 |

Найти математическое ожидание случайной величины XY.

Пример экзаменационного билета

1. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
2. На склад поступило 1500 изделий с первой фабрики и 2000 изделий со второй. Известно, что средний процент нестандартных изделий среди продукции первой фабрики равен 3%, второй – равен 2%. Найти вероятность того, что наудачу взятое со склада изделие будет нестандартным.
3. Найти закон распределения дискретной случайной величины X, которая может принимать только два значения: x_1 с вероятностью p_1 и x_2 с вероятностью p_2 , причем $x_1 < x_2$. Математическое ожидание $M(X)$ и дисперсия $D(X)$ также известны $p_1 = 0,9$, $M(X) = 4,1$, $D(X) = 0,09$.

Критерии оценки

Отметка «**отлично**» ставится в том случае, когда студент демонстрирует систематическое и глубокое знание программного материала по дисциплине, умеет свободно ориентироваться в вопросе. Ответ полный и правильный на основании изученного материала. Выдвинутые положения аргументированы и иллюстрированы примерами. Материал изложен в определенной логической последовательности, осознанно, литературным языком, с использованием современных научных терминов; ответ самостоятельный. Студент уверенно отвечает на дополнительные вопросы.

Отметка «**хорошо**» ставится в том случае, когда студент демонстрирует полное знание учебного материала, демонстрирует систематический характер знаний по дисциплине. Ответ полный и правильный, подтвержден примерами; но их обоснование не аргументировано, отсутствует собственная точка зрения. Материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены 2-3 несущественные погрешности, исправленные по требованию экзаменатора. Студент испытывает незначительные трудности в ответах на дополнительные вопросы. Материал изложен осознанно, самостоятельно, с использованием современных научных терминов, литературным языком.

Отметка «**удовлетворительно**» ставится в том случае, когда студент демонстрирует знание основного программного материала по дисциплине, но допускает погрешности в ответе. Ответ недостаточно логически выстроен, самостоятелен. Основные понятия употреблены правильно, но обнаруживается недостаточное раскрытие теоретического материала. Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; ответ носит преимущественно описательный характер. Студент испытывает достаточные трудности в ответах на вопросы. Научная терминология используется недостаточно.

Отметка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, когда он демонстрирует пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине. При ответе обнаружено непонимание студентом основного содержания теоретического материала или допущен ряд существенных ошибок, которые студент не может исправить при наводящих вопросах экзаменатора, затрудняется в ответах на вопросы. Студент подменил научное обоснование

проблем рассуждением бытового плана. Ответ носит поверхностный характер; наблюдаются неточности в использовании научной терминологии.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

| Учебный год | Решение кафедры (№ протокола, дата) | Внесенные изменения | Подпись зав. кафедрой |
|----------------|---|---------------------|--------------------------|
| | | | |
| | | | |