МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____профеесор Батыгов З.О.
27 декабря 2020 год

Методические указания и задания к лабораторным занятиям по Биометрии (для студентов агроинженерного факультета ИнгГУ) Направление подготовки 36.03.02 Зоотехния

МАГАС- 2020

Печатается по решению Учебно-методического совета Ингушского государственного университета (протокол №4 от 20.12.2020 г.)

Составитель: кандидат с/х наук**,** профессор, зав .кафедрой Зоотехнии ФГБОУ ВО Хашегульгов Шамсутдин Бексултанович

Рецензенты;

1.Гетоков О.О.- доктор биологических наук, профессор кафедры зоотехнии ИнгГУ

2.Гукежев В.М. – доктор сельскохозяйственных наук, профессор КБГАУ им. В.М. Кокова.

Методические указания и задания к лабораторным занятиям по биометрии разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 36.03.02 Зоотехния.

МАГАС- 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ БИОМЕТРИИ И СИМВОЛИКА

Цель: Изучить основные понятия и символы в биометрии, понятие о генеральной и выборочной совокупности.

В производственной деятельности при анализе результатов работы в племенных и товарных хозяйствах, в научных исследованиях при проведении зоотехнических опытов приходится применять математическую обработку данных.

Математические приемы и методы позволяют более точно характеризовать различные явления и выражать посредством математических формул разнообразные связи и зависимость между ними. Применение методов математической статистики для изучения биологических объектов получило название биометрии.

Объектом биометрии служит варьирующий (изменяющийся) признак, учтенный в группе особей, имеющих достаточную численность.

Варьирующие признаки - это показатели продуктивности, развития, экстерьера, физиологии, интерьера и т.д.

Пример. Группа из 10 коров черно-пестрой породы ГУП им.Осканова характеризуется следующим удоем, кг: 3000, 2850,2200,2280,2100, 1850,2850, 2300,1800, 2200. Отдельные коровы этой группы отличаются друг от друга по удою. Удой и есть варьирующий или изменяющий признак.

Варьирующий признак принято обозначать буквами V_1,V_2,$V_{3...}$или X_1,X_2, $X_{3....}$Xn, где 1,2,3…-порядковые номера варианта.

Варьирующие признаки могут быть качественными или количественными.

К качественным признакам животных относятся: пол (мужской и женский), окраска шерстного покрова (альбиностность, пигментированность, пятнистость), тип шерстного покрова (грубая, полутонкая, тонкая шерсть овец), рогатость или комолость, тип нервной деятельности и др.

К количественным признакам относятся: живая масса животного, удой, содержание жира и белка в молоке, настриг и длина шерсти, плодовитость, скорость бега и др.

Биометрия позволяет изучать варьирующий признак на массовом материале, например на животных данной породы, стада или района. Такой массовый материал, или совокупность животных данной породы, стада, вида, называется генеральной совокупностью.

В генеральную совокупность входит иногда несколько миллионов животных. Предположим, что интересующая нас группа животных составляет 500тыс. голов – генеральная совокупность. Изучение всей этой генеральной совокупности сложное и дорогостоящее мероприятие.

По этому для изучения свойств или признаков генеральной совокупности отбирают часть животных, т.е составляют выборку. Такой метод называется методом выборочного обследования.

Изученная часть особей генеральной совокупности называется выборочной совокупностью или выборкой.

Каждый член выборочной совокупности из генеральной должен быть отобран случайно. Только в этом случае выборка дает довольно точное представление о генеральной совокупности, т.е она репрезентативной или представительной.

В зависимости от числа вариантов выборка может быть большой или малой.

Большой выборкой называют такую совокупность, в которую входит более 30 вариантов, а малой выборкой – 30 и менее вариантов.

Материалом для составления выборки служат первичные зоотехнические, ветеринарные, а также экспериментальные данные.

2. Символы и обозначения в биометрии

n- число вариантов в выборочной совокупности.
N- число вариантов в генеральной совокупности.
V- варианта, числовое значение признака.
M- средняя арифметическая
Mвзв.- взвешенная средняя арифметическая.
Me- медиана.
Mo- мода.
G- средняя геометрическая.

H- средняя гармоничная.
S- средняя квадратическая.
Σ- знак суммирования.
A- условная средняя, середина условного среднего класса.
a- отклонения классов от условного среднего.
Д- размах варьирования признака.
К- классовый промежуток, величина класса.
l- число классов.
P- частота (число вариантов в классе).
Iim- пределы.
Cυ- коэффициент изменчивости или вариации.
σ(сигма) – среднее квадратическое отклонение.
σ^2- варианса.
m- статистическая ошибка.
r- коэффициент корреляции.
R- коэффициент регрессии.
d- разность между биометрическими константами.
td- критерий достоверности разности.
P- вероятность безошибочного прогноза.

Тема 3. ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД И ЕГО ПОСТРОЕНИЕ

Цель: Изучить правила построения вариационного ряда для малой и большой выработки и научиться их строить.

При характеристике количественных признаков и большом числе вариантов производят группировку данных и их разноску по классам, т.е. строят вариационный ряд.

Вариационный ряд для малой выборки строится просто: варианты располагаются в порядке возрастания или убывания. При этом одинаковые значения вариантов записываются в вариационный ряд столько раз, сколько этот вариант встречается в выборке.

Пример 1. Имеется малая выборка по данным живой массы телок швицкой породы при рождении (кг): 37,0: 35,0: 39,0: 32,0: 33,0: 30,0: 35,0: 36,0: 36,0: 35,0: 34,0: 36,0: 33,0: 29,0: 37,0: 39,0: n=16. Построить вариационный ряд.

Каждое число называется вариантой (V).

Расположим данные малой выборки в вариационный ряд: 29,0: 30,0 32,0: 33,0: 33,0: 34,0: 35,0: 35,0: 35,0: 36,0: 36,0: 36,0: 37,0: 37,0: 39,0: 39,0.

Для построения вариационного ряда большой выборки необходимо:

1.Найти максимальное – Vмакс. и минимальное – Vмин. значение вариантов в выборке.

2.Опредилить размах варьирования признака Д=Vмакс.-Vмин.

3.Устанавливаем число классов *(l).*

Число классов берется в зависимости от объема совокупности.

Считается удобным иметь:

при	31-60 вариантов	-6-8 классов
	61-100 >>	- 7-10 >>
	100-200 >>	-9- 12 >>
	200-500 >>	-12-17 >>

но не более 20 классов.

4.Устанавливаем величину класса (классового промежутка):

$$K = \frac{Д}{l}$$

Величина класса (К) показывает, на сколько отличаются начало и концы следующих друг за другом.

5.Находим границу 1-го класса:

а) начало 1-го класса: если значение Vмин. делится на величину класса (К) на целое число, берем его за начало 1-го класса: если не делится – округляем Vмин. до ближайшего меньшего числа, которое будет делиться, и берем его за начало первого класса:

б) конец первого класса = начало первого класса + величина класса – точность измерения признака.

6. Строим вариационный ряд.

Начало второго класса равно началу первого класса плюс величина класса: конец второго класса равен концу первого класса плюс величина класса: начало третьего класса равно началу второго класса плюс величина класса: конец третьего класса равен концу второго класса плюс величина класса и.т.д. То есть начало и

концы следующих друг за другом классов отличаются на величину класса.

Конец каждого предыдущего класса от начало последующего отличается на точность измерения признака.

П р и м е ч а н и е. Первым классом должен быть класс в который входит Vмин., последним – класс, в который входит Vмакс.

7. Последовательно, начиная с первого и по порядку, разнести все варианты по классам вариационного ряда, определяя графу Р-частоты. Разноска вариантов по классам производится по следующей системе: ▪1, ▪▪ 2, ▪▪▪ 3, ▪▪▪▪ 4, ▪▪▪▪▪ 5,
▐ 6, ▐▌ 7, ▐▌▪ 8, ▐▌▪▪ 9, ▐▌▪▪▪ 10, ▐▌▪▪▪▪ 11 и т.д.

Частота класса (Р)- это количество вариантов, попавших в этот класс.

В вариационном ряду существует определенная математическая закономерность. Количество вариантов в крайних классах будет наименьшим, с приближение к середине - частота вариантов увеличится. В середине вариационного ряда или в близи будет находиться класс, в котором частота вариантов будет наибольшей. Такой класс будет называться модальным.

Пример 2. Построить вариационный ряд и изобразить его графически по данным содержания жира в молоке коров черно-пестрой породы ГУП им. Осканова.

3,5	3,7	3,5	3,7	3,8	3,4	3,7	3,7	3,7	4,0
3,6	3,6	3,7	3,6	3,6	3,6	3,7	3,6	3,7	3,6
3,7	3,7	3,6	3,7	3,7	3,7	3,5	3,8	3,7	3,6
3,6	3,6	3,7	3,6	3,8	3,6	3,5	3,9	3,8	3,8
3,9	3,6	3,7	3,7	3,7	3,4	3,6	3,8	3,7	3,7
3,8	3,5	3,6	3,9	3,6	3,8	3,7	3,7	3,6	4,3
3,6	3,5	3,7	3,5	3,7	3,6	3,8	3,8	3,7	3,8
3,6	3,6	3,6	3,6	3,6	3,5	4,0	4,1	4,4	3,8
3,3	3,6	3,9	3,6	3,7	3,5	3,6	3,7	3,8	3,7
3,8	3,8	3,7	3,9	3,6	3,4	3,8	3,8	3,7	3,6

n = 100

Это большая выборка n=100.

Находим показатели для построения вариационного ряда;

1.Vмин.= 3,3%, Vмакс.= 4,4%

2.Д= Vмакс.- Vмин.= 4,4- 3,3= 1,1%
3.Число классов l=7

4. $K = \frac{Д}{l} = \frac{1{,}1}{7} = 0{,}157 \approx 0{,}2$

П р и м и ч а н и е. «К» (величину класса) округляем до 0,2, т.к. она не должна равняться точности измерения признака.

5.Находим границы первого класса:
а) начало первого класса =3,2
б) конец первого класса =3,2+ 0,2- 0,1=3,3

6.Начало второго класса (3,2+ 0,2)=3,4
Конец второго класса = (3,3+0,2)= 3,5 и т.д.

Строим вариационный ряд.

Таблица 1.

Классы	3,2 – 3,3	3,4 – 3,5	3,6 – 3,7	3,8 – 3,9	4,0 – 4,1	4,2 – 4,3	4,4 – 4,5
Частоты	▪	⊐	⊠⊠⊠ □	⊠⊠⊠ ⊠ ▪▪	⊐	▪▪	▪
Р	1	7	38	42	7	4	1

7.Делаем разноску вариантов по классам, определяя частоты (Р). Первый вариант 3,6 относится к третьему классу (границы 3,6-3,7), в этой графе ставим точку. Второй вариант 3,8 заносится в четвертый класс (границы 3,8-3,9), третий 3,9- тоже в четвертый класс и т.д. В строгой последовательности, пока все 100 вариантов не будут

разнесены по классам. Частоту вариантов в каждом классе переводим в цифры и обозначаем буквой «Р».

По вариационному ряду можно судить о распределении признака в данной выборке. В крайних классах находится наименьшее

число вариантов, а в средних - наибольшее. Наибольшее число вариантов находится в третьем, четвертом классах.

З А Д А Н И Е 1. Построить вариационный ряд для большой выборки, если известно:

1. V мин.= 64 кг, Vмакс.=119 кг, К=10 кг
точность измерения признака = 1
2.V мин.= 343 кг, Vмакс.=596 кг, К=50кг
точность измерения признака = 1
3.V мин = 2034 кг, Vмакс.=49,89 кг, К= 500 кг
точность измерения признака = 1
4.Vмин.= 3,49%, Vмакс.=4,89%, К=0,3%
точность измерения признака =0,0 1
5.Vмин.= 10,5 см, Vмакс.= 17,5 см, К=2,0см
точность измерения признака =0, 1
6.Vмин.= 2,8 кг, Vмакс.= 4,7 кг, К=0,5
точность измерения признака =0, 1

ЗАДАНИЕ 2. Построить вариационный ряд по данной живой массе (кг) коров черно-пестрой породы (ГУП им.Осканова)

500,	480,	470,	501,	490,	487,	480,	470,	483,	510,	500,	490,	508,
500,	508,	501,	500,	521,	500,	438,	480,	480,	456,	477,	462,	493,
408,	436,	470,	460,									

$n = 30$

ЗАДАНИЕ 3.Построить вариационный ряд и изобразить его графически по данным живой массы коров черно-пестрой породы (ГУП им.Осканова): кг

500	500	480	490	500	400	470	485	480
480	490	480	500	500	480	480	500	430
470	508	456	487	430	470	440	510	520
501	500	477	450	430	460	400	445	510
400	518	462	460	460	490	450	440	420
487	500	493	470	490	480	405	420	430
480	500	480	480	430	430	460	450	460
470	511	436	430	430	410	420	480	445
483	508	470	550	500	445	430	450	450
510	438	460	500	490	430	500	505	480

$n = 90$

Тема 4. ПАРАМЕТРЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Цель: Изучить показатели, характеризующие среднее значение признаков, методы их расчетов.

Основными статистическими параметрами, характеризующими средний уровень варьирующего признака в любой совокупности, служат величины средних значений признака:

1. Среднее арифметическое (M), рассчитывается для характеристики количественных признаков.

2.Среднее геометрическое (G), употребляется при определении прироста численности стада или прироста живой массы животного.

3. Средняя квадратическая (S), употребляется при определении признака, характеризующего величину площади круга, объем шара.

4.Средняя гармоническая (H), употребляется при определении средней скорости бега лошади, скорости молокоотдачи.

5.Мода (Mo)- наиболее часто встречающийся вариант в совокупности.

6.Медиана (Me)- вариант, расположенный в центре ряда делящий его на две равные части.

4.1. Расчет средней арифметической для малой выборки

Первой характеристикой совокупности вариантов, входящих в выборку, является средняя арифметическая.

Средняя арифметическая (М) характеризует среднее значение варьирующего признака при количественном его выражении.

Для малой выборки рассчитывают простую среднюю арифметическую по формуле:

$$M = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + ... + Vn}{n} = \frac{\Sigma V}{n}$$

т.е.простая средняя арифметическая равна сумме вариантов , деленной на число вариантов (n),

где: V- значение вариантов;
n- число вариантов;
Σ- знак суммирования.

Пример 1. Рассчитывать среднюю живую массу 10- телят черно-пестрой породы при рождении по следующим данным:

30,0; 29,5; 28,0; 29,1; 31,0; 27,1; 25,026,1 кг
n=10

$$M = \frac{30,0 + 29,5 + 28,0 + 29,1 + 31,0 + 27,0 + 25,8 + 27,1 + 25,0 + 26,1}{10} = \frac{279}{10} = 27,9\hat{e}\tilde{a}$$

Таким образом, средняя живая масса телят при рождении М= 27,9 кг.

4.2.Расчет взвешенной средней арифметической (М взв.)

Часто в зоотехнической практике прибегают к вычислению взвешенной средней арифметической (М взв.). Это делают в тех случаях, когда значение варианта не полностью характеризует изучаемый признак и к нему водится поправка. Это поправка выражается объемом или математическим весом варианта, отсюда и название: взвешенная средняя арифметическая.

$$Мвзв. = \frac{M \times P_1 + M_2 \times P_2 + M_3 \times P_3 ... + Mn \times Pn}{P_1 + P_2 + P_3 ... + Pn} = \frac{\Sigma M \times P}{\Sigma P}$$

где: M_1, M_2, M_3…значение варьирующего признака;
P_1,P_2, P_3…объем или математический вес данного признака.

Пример 2. Определить среднюю живую массу коров совхоза, если данные по четырем определениям следующие:

Живая масса, кг (V)	I отд.	II отд.	III отд.	IV отд.
	500	550	600	450
Численность поголовья коров в отделении (P)	200	100	180	150

$$Мвзв = \frac{500 \times 200 + 550 \times 100 + 600 \times 180 + 450 \times 150}{200 + 100 + 180 + 150} = \frac{329000}{630} = 522,2кг$$

4.3.Расчет средней арифметической для большой выборки

При определении средней арифметической для большой выборки строится вариационный ряд, и среднюю арифметическую рассчитываем по формуле произведений:

$$M = A + K \frac{\Sigma P \times a}{n}$$

где: А – середина условного среднего класса;
К – величина класса;
n – число вариантов в выборке;
ΣP×a- сумма произведений частот (P) на условное отклонение (a).

Порядок работы:

1.Находим показатели, необходимые для построения вариационного ряда.

2.Строим вариационный ряд и делаем разноску вариантов по классам, определяя графу «Р»- частоты.

3.Определяем условно средний класс. В качестве этого класса берется тот класс, который занимает приблизительно центральное место в вариационном ряду и частота которого одна из наибольших. Определяем его линиями от остальных и обозначаем за нулевой «0».

4.Определяем условное отклонение «а» для каждого класса. Для этого от условно среднего класса в сторону уменьшения (вверх) признака перечисляем по порядку классы, ставя знак минус: -1,-2,-3,-4 и т.д.: в сторону увеличения (вниз) перечисляем классы со знаком плюс: +1,+2,+3,+4 и.т.д.

5.Умножаем частоту «Р» каждого класса на условное отклонение «а», заполняя графу «Р а». Находим ΣР а, для чего подсчитываем сумму отрицательных и положительных значений и суммируем их.

6.Находим значение «А», которое равно сумме начала

условного среднего класса и ½ величины в формулу $\left(\frac{K}{2}\right)$

7.Подставляем полученные величины в формулу

$$M = A + K\frac{\Sigma P \times a}{n}$$

Пример 3. Определить среднюю арифметическую содержания жира в молоке коров черно-пестрой породы ГУП им.Осканова (данные приводятся в теме «Вариационный ряд и его построение», пример 2, стр.7).

П р и м и ч а н и е. В примере 2 выполнены 1 и 2 действия по определению средней арифметической.

Вариационный ряд для определения среднего содержания жира в молоке.

Таблица 2.

Классы по % жира	Частоты P	Условн. отклон., a	P×a
3,2 – 3,3	· 1	-3	-3
3,4 – 3,5	⊏ 7	-2	-14
3,6 – 3,7	⊠ ⊠ ⊠ ☐ 38	-1	-38
3,8 – 3,9	⊠ ⊠ ⊠ ⊠ 42 :	0	0
4,0 – 4,1	⊏ 7	+1	+7
4,2 – 4,3	∷ 4	+2	+8
4,4 – 4,5	· 1	+3	+3

n =100 Pa=-37

$$A = 3{,}8 + \frac{0{,}2}{2} = 3{,}9\%$$

$$M = 3{,}9 + 0{,}2\frac{(-37)}{100} = 3{,}9 - 0{,}07 = 3{,}83\%$$

M=3,83%=3,83%

$$n = \sum P = 100$$

$$\sum Pa = (-55 + 8) = -37$$

Вывод. Средний процент жира в молоке коров черно-пестрой породы 3,83%.

ЗАДАНИЕ 4. Определить средний суточный удой группы коров черно-пестрой породы ГУП им., Осканова методом расчета простой средней арифметической по данным:

19, 18, 10, 11, 9, 13, 15, 12, 11, 8, 17, 16, 10,12, 14, 16, 11, 10, 12, 13, 9, 8, 11, 13, 15, 12, 10, 11, 13, 10

n = 30

ЗАДАНИЕ 5. Определить среднюю живую массу группы коров черно-пестрой породы ГУП Осканова методом расчета простой средней арифметической по следующим данным:

500, 480, 470, 501, 490, 487, 480, 470, 483, 510, 500, 490, 508, 500, 518, 501, 500, 521, 500, 538, 480, 480, 456, 477, 462 493, 480, 436 , 470, 460

$n = 30$

ЗАДАНИЕ 6. Определить средний удой коров черно-пестрой породы ГУП им., Осканова методом расчета средней арифметической для большой выборки:

2150	2240	2210	3000	2140	3280	2300
2310	2840	1900	2400	2790	2400	3100
2920	2920	2190	2220	2440	3010	2540
2040	2830	2880	2890	2650	3190	2740
2220	2250	2640	2430	2510	2640	2740
2810	2090	2420	3200	2060	2800	3260
1980	2500	2400	2090	2690	2430	3790
2410	2800	2430	2380	2660	2500	1710
3000	2410	2570	2240	2600	2340	1920
2400	2890	3470	2530	2350	3200	1800

n = 70

ЗАДАНИЕ 7. Определить среднее содержание жира в молоке коров швицкой породы ГУП Нестеровское методом расчета средней арифметической для большой выборки по данным:

3,7	3,8	3,7	3,4	3,9	3,8	3,7	3,2
3,6	3,7	3,7	3,7	3,6	3,7	3,5	3,9
3,7	3,7	3,7	3,9	3,9	3,2	4,1	3,7
3,4	3,7	3,9	3,8	3,8	3,6	3,9	3,6
4,0	4,8	3,4	3,3	4,1	3,9	4,1	3,7
3,7	3,9	3,7	3,9	3,8	3,6	3,7	3,9
3,8	3,9						

n = 50

Тема 5. ПОКАЗАТЕЛИ ИЗМЕНЧИВОСТИ (РАЗНООБРАЗИЯ) ПРИЗНАКОВ.

Цель: Изучить показатели изменчивости признаков и методы их расчета.

Средняя арифметическая характеризует среднее значение признака в совокупности. Для зоотехника важно знать не только средние показатели изучаемых признаков, но и их изменчивость или вариацию. Для характеристики изменчивости (вариабельности, разнообразия) признака в совокупности служат:

1. Лимиты (lim), т.е пределы – это разница в значениях максимального и минимального вариантов, Vмин. и Vмакс. Лимиты указывают наивысшие достижения в исследуемой группе и наименее продуктивных животных.
2. Среднее квадратическое отклонение - σ (сигма). Сигма показывает, насколько каждый вариант отклоняется от средней арифметической, вычисленной для данной совокупности. Сигма – величина именованная, она имеет то же наименование, что и изучаемый признак (кг. см. гол.)
3. Коэффициент изменчивости или вариации (Cυ), выражает изменчивость в относительных единицах (в процентах), показывает, какой процент от значения средней арифметической составляет σ. Применяется Cυ для сравнения изменчивости разноименных признаков.

5.1. Техника определения лимитов

Лимиты показывают пределы, в которых располагаются варианты:

Пример 1. Де группы баранов-производителей характеризуются следующим настригом шерсти:

I группа: 4,1 4,3, 4,5, 4,7, 4,9 кг M_1= 4,5 кг
II группа: 4,3 4,4 4,5 4,6 4,7 кг M_2= 4,5 кг

Средний настриг шерсти баранов обеих групп одинаковый – 4,5. Изменчивость же настрига шерсти этих баранов неодинакова:

Iim_1= 4,1- 4,7 кг
Iim_2 =4,3- 4,7 кг

Изменчивость настрига шерсти первой группы баранов больше. Следует иметь в виду, что лимиты могут служить только грубым показателем изменчивости.

5.2. Основной показатель изменчивости – среднее квадратическое отклонение (σ)

В так называемых нормальных вариационных рядах весь размах изменчивости, ограниченный лимитами (Vмакс.-Vмин.), заключает в себе шестикратную величину среднего квадратического отклонения (6 σ). При этом максимальный вариант (V макс.) от средней арифметической отличается на значение + 3 σ, а минимальный (Vмин.)- на значение 3 σ. Поэтому весь размах изменчивости можно выразить: M±3σ.

1. **Если варьирующийся признак измеряется однозначным или двузначным числом, сигма рассчитывается по формуле:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{a}{n-1}}, \qquad где: \sigma = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n}$$

ΣV^2 – сумма квадратов вариантов;

$(\Sigma V)^2$ – сумма вариантов в квадрате;

n – число вариантов.

Пример 2. Плодовитость группы овцематок равна 1,3, 4,3, 2,1 2,1 1,2. Определить среднюю плодовитость овцематок (М) и ее изменчивость (σ).

Для этого стоим вариационный ряд.

Таблица 3

Плодовитость, V	V^2
1	1
1	1
1	1
1	1
2	4
2	4
2	4
3	9
3	9
4	16
$\Sigma V = 20$	$\Sigma V^2 = 50$

$$\grave{I} = \frac{\Sigma V}{n} = \frac{20}{10} = 2{,}0 \ddot{y}\tilde{a}\acute{i}.$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{a}{n-1}}$$

$$a = \Sigma V \text{-} \left(\Sigma V^2\right) = 50 - \frac{20^2}{10} = 50 - 40 = 10$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{10}{1--1}} = \sqrt{1{,}11} = 1{,}05 \textit{ягн.}$$

В ы в о д. Средняя плодовитость овец 2,0 ягненка, изменчивость плодовитости σ = 1,0 ягненка.

2. Если варьирующий признак выражается многозначным или дробным числом, сигма рассчитывается по формуле:

$$\sigma \sqrt{\frac{a}{n-1}} \quad \text{где} \quad a = \Sigma\Delta^2 - \frac{(\Sigma\Delta)^2}{n}$$

где: $\Delta(\textit{дельта})$ – отклонение каждого варианта от условной средней $(A)\Delta = V - A;$

$\Sigma\Delta^2$- сумма дельты в квадрате;

$(\Sigma\Delta)^2$- сумма дельты в квадрате.

Пример 3. Количество лейкоцитов в крови коров равно 6,9; 6,0; 6,8; 6,5; 5,5. Определить среднее содержание лейкоцитов (М) и их изменчивость ((σ) .

Для этого строим вариационный ряд, определяем условную среднюю А, обозначаем ее за ноль и находим отклонение (Δ) каждого варианта от условной средней Δ = V –А.

Таблица 4

Число лейко цитов,V	$\Delta = V - A$	Δ^2
5,5 6,0	-1,0 -0,5	-1,0 0,25
А 6,5	0	0
6,8 6,9	+0,3 +0,4	0,09 0,16

$$M = \frac{V}{n} = \frac{31,7}{5} = 6,35 \text{ тыс.шт.}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{a}{n-1}}$$

$$\sigma = \Sigma\Delta^2 - \frac{(\Sigma\Delta)^2}{n} = 1,5 - \frac{(0,8)}{5} = 1,372$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1,372}{5-1} = 0,59} \text{ тыс.шт}$$

$\Sigma V = 31,7 \quad X\Delta = -1,5 + 0,7 = \Sigma\Delta^2 = 1,50 = -0,8$

В ы в о д**.** Среднее содержание лейкоцитов в крови коров 6,35 тыс.штук, изменчивость их- 0,59 тыс.штук.

4.2.3. При обработке данных большой выборки среднее квадратическое отклонение рассчитывается по формуле:

$$\sigma = K\sqrt{\frac{\Sigma Pa^2}{n} - \left(\frac{\Sigma Pa}{n}\right)^2}$$

где ΣPa^2 - сумма произведений частоты на условного отклонения.

Для расчета сигмы для большой выборки производятся те же действия, что и для средней арифметической (тема 3), и при построении вариационного ряда (табл.2) добавляется графа "$P \times a^2$"- произведение частоты на квадрат условного отклонения.

Пример 4. Вернемся к примеру 2 (стр. 14) и дополнительно рассчитаем изменчивость содержания жира в молоке коров черно-пестрой породы.

4.3 Расчет коэффициента вариации или изменчивости (C_V)

$$C_N = \frac{\sigma}{\grave{I}} \times 100\ \%$$

Рассчитаем коэффициент вариации содержания жира в молоке коров красной степной породы, при М = 3,83% и σ = 0,19

$$Cv = \frac{\sigma \cdot 100}{\grave{I}} = \frac{0{,}19}{3{,}83} \times 100 = 4{,}86\%$$

13. Вычислить средний настриг шерсти (М) и ее изменчивость ($(\sigma.Cv)$ у ярок советской мясо-шерстной породы ГУП им. Осканова по данным:

3,8	4,3	4,2	4,5	4,0	3,9	3,7	3,3	4,5
3,5	3,0	4,1	4,0	4,7	3,8	3,5	3,7	4,2
3,7	5,0	4,3	4,7	5,2	4,0	3,6	4,2	3,5
4,2	4,6	4,0	3,5	4,0	3,3	4,2	4,2	4,0
3,7	3,8	3,7	3,5	4,0	3,3	3,8	4,6	4,5
3,7	4,3	5,5	4,5	4,0	3,5	3,4	4,1	4,0
3,6	3,4	3,5	5,3	3,2	3,5	4,0	3,3	5,3
4,2	3,5	3,5	2,8	4,0	3,6	3,4	4,5	4,0
4,0	4,5	4,0	3,0	4,0	3,3	4,2	4,6	5,5
3,5	4,0	3,5	4,2	4,0	3,0	4,5	3,7	3,7

n = 90

ЗАДАНИЕ 14. Вычислить средний удой (М) коров черно-пестрой породы ГУП им. Осканова и его изменчивость (σ, Cυ) по данным:

2380	2020	2530	2360	3300	2870	2720
2230	2090	2620	2240	2450	2900	2350
2700	2300	2420	2500	2830	2340	2200
1600	2500	2250	2300	1970	2430	2280
2150	2840	2180	2600	2900	2500	1760
2140	2810	2000	2100	2310	2800	1910
2100	2340	2230	1840	2550	2200	2740
2530	2150	2110	2210	2430	2200	2940
2950	2240	2200	2800	2700	2900	2590
2930	2150	2600	2270	2320	2590	2400

n = 70

Тема 6. Оценка достоверности статистических показателей

Цель: Дать понятие ошибок репрезентативности, их причин и изучить методы их расчета.

В практической работе основные параметры совокупности M и σ вычисляются не по генеральной совокупности, а по выборке, как следствие этого возникают ошибки, называемые ошибками выборочности или репрезентативности, или статистическими ошибками.

Следовательно, именно выборочный метод обследования является источником статистических ошибок. В связи с этим вычисленные по выборке статистические величины M, σ, Cυ будут в некоторой степени отличаться от их значений, которые были бы получены для генеральной совокупности. Поэтому приходится оценивать степень точности выводов, основанных на анализе выборочных данных, вычисляя для этого ошибки статистических показателей.

Статистические ошибки – это мера точности и достоверности выборочных статистических параметров.

Для обозначения статистических ошибок используют различные значки – m, S. Чаще всего ошибку обозначают буквой «m», у которой подстрочно указывают, для какой статистической величины она вычислена - m_{M}. m_{σ}, m_{Cv}. Ошибки имеют то же наименование, что и статистическая величина, для которой она вычислена.

6.**1. Ошибка средней арифметической – m_M,**

Ошибку для средней арифметической рассчитывают по формулам:

Для малой выборки – $m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$

Для большой выборки - $m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Величина ошибки зависит от изменчивости признака и числа вариантов в выборке. Чем меньше изменчивость и больше объем выборки, тем ошибка меньше.
Обычно среднюю арифметическую записывают с её ошибкой, т.е. $M \pm m_M$.

Пример 1. Вернемся к примеру 4 (стр. 22) и дополнительно рассчитаем ошибку средней арифметической содержания жира в молоке коров красной степной породы: M=3,75%; σ = 0,1%; n = 100.

$$m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}16}{\sqrt{100}} = 0{,}016 = 0{,}02\%$$

5.Полученные величины подставляем в формулу 1:

И запись средней арифметической с ее ошибкой производится так: $M \pm m_M$=3,75%±0,02%.
Это значит, что если бы обратились данные генеральной совокупности, то генеральная средняя арифметическая лежала бы в пределах (3,75%+0,02%) или (3,75%-0,02%).

5.2. Ошибка среднего квадратического отклонения (m_σ), вычисленное для выборки, также имеет свою ошибку, которая рассчитывается по формуле:

$$m\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

5.3. Ошибка выборочного коэффициента вариации рассчитывается по формуле:

$$mc\upsilon = \frac{C\upsilon}{\sqrt{2n}}$$

Пример 2.Вернемся к примерам 4 (стр. 22) и 5 (стр.23) и по имеющимся данным рассчитаем ошибки среднего квадратического отклонения и коэффициента вариации содержания жира в молоке коров степной породы:

σ=0,16%; Cυ=4,26%; n=100

$$m\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \frac{0{,}16}{\sqrt{2 \times 100}} = 0{,}01\%$$

$$mc\upsilon = \frac{C\upsilon}{\sqrt{2n}} = \frac{4{,}26}{\sqrt{2 \times 100}} = 0{,}30\%$$

Итоговая запись показателей изменчивости σ и Cυ с их ошибками производится следующим образом:

σ±mσ=0,16%±0,01%
Cυ±mcυ=4,26%±0,3%

ЗАДАНИЕ 15. Рассчитать среднюю живую массу (М), ее изменчивость (σ, Cυ) и ошибки выборочных параметров (m_M, m_σ, mcυ) по данным массы ярок-годовиков ГУП им. Осканова.

33	31	32	34	35	33	35	32	30	30
35	39	35	34	33	32	31	33	35	34
39	32	40	41	40	39	38	37	36	41
32	35	35	36	37	36	39	38	40	41
30	33	42	43	44	45	46	47	48	32
33	36	30	33	34	35	36	31	32	33
35	38	34	35	36	37	38	39	40	41
34	39	36	38	39	36	37	38	40	36
33	37	35	34	33	38	39	40	37	39
30	39	30	31	32	33	34	33	32	31

$$n = 100$$

1) Vмин = 30
Vмакс = 48
2)Д=18
3)ℓ=6
4) $K = \frac{Д}{\ell} = \frac{18}{6} = 3$
5)Н.1^{го}кл.=30
К.1^{го}кл.=30+3-1=32
6)Строим вариационный ряд.

ЗАДАНИЕ 16. По данным настрига шерсти кроссбредных ярок 13-месячного возраста (ГУП им. Осканова) рассчитать среднюю арифметическую (М), показатель изменчивости- σ и Cυ и их ошибки m_{σ}, $m_{\sigma\upsilon}$:

3,9	3,8	3,7	3,8	3,6	3,5	3,7	3,9	3,1	3,3
3,2	3,0	3,3	3,5	3,7	3,7	3,8	3,2	3,9	3,8
2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	3,0
4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,0
3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0
4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,0

n = 90

ЗАДАНИЕ 17. По данным удоя коров черно-пестрой породы (III лактация, ГУП Осканова) рассчитать среднюю арифметическую (М), показатели изменчивости (σ, Cv) и их ошибки $(m_M, m^{\sigma}, m_{cv})$:

2600	2280	2400	2010	2190	2640	2808	2430
2350	2500	2500	2540	2340	2200	2300	2990
2180	2440	1830	2590	3100	2540	2740	2740
2950	2260	2200	1810	1920	2150	2310	2920
2040	2220	2810	1980	2410	2200	2000	2400
2240	2840	2920	2830	3250	2090	2500	2800
2410	2890	2210	1900	2790	2300	2880	1870
2640	2420	2700	2430	2570	2400	2470	2000
2220	2890	2430	2200	2090	2380	2240	2530
2380	2240	2530	2140	2790	2650	2510	2730
2060	2690	2660	2420	1840	2870	2350	2200
2340	2130	2180	1980	3180	2800	2480	2530
2400	2430	2300	2600				

n=100

Тема 7. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗНИЦЫ МЕЖДУ СРЕДНИМИ АРИФМИТИЧЕСКИМИ ДВУХ ВЫБОРОЧНЫХ ГРУПП

Цель: Изучить методы установления достоверности при сравнении двух групп или пород животных и определить уровень вероятности.

В зоотехнии повседневно возникает необходимость сравнивать между собой животных различных групп или пород и многие данные друг с другом.

Методом таких сравнений является определение разницы между величинами признаков.

Обозначается разница буквой «d» и находится по формуле:

$$d = M_2 - M_1 \quad \text{или} \quad M_1 - M_2$$

(от большей средней арифметической вычитается меньшая),
где:

M_1- средняя арифметическая для 1 группы или породы;

M_2- средняя арифметическая для 2 группы или породы.

Чтобы определить степень точности найденной разности выборочных средних арифметических работ разность считается достоверной, если она превышает свою собственную ошибку в два и более раз.

Математически это выражается формулой: $td = \dfrac{d}{md}$

где: td – критерий достоверности разности;

md- ошибка разности определяется по формуле:

$$md = \sqrt{m^2 м_1 + m^2 м_2}$$

Ошибка разности равна корню квадратному из суммы квадратов ошибок сравниваемых величин.

Так как d = $M_2 - M_1$, то формула критерия достоверности разности равна

$$td = \frac{M_2 - M_1}{\sqrt{m^2 м_1 = m^2 м_2}}$$

Пример 1. Средний удой коров красной степной породы $M_1 \pm m_{м_1} = 3000,0кг \pm 40,0кг;$ средний удой коров швицкой породы $M_2 \pm m_{м_2} = 2600,0кг \pm 30,0кг.$ Установить разность в удое коров этих пород и ее достоверность:

$$td = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{m^2 м_1 + m^2 м_2}} = \frac{3000 - 2600}{\sqrt{40,0^2 - 30,0^2}} = \frac{400}{\sqrt{1600 + 900}} = \frac{400}{50} = 8$$

В ы в о д. Коровы красной степной породы по удою превосходят швицкую на 400 кг. Превосходство это статистически достоверно, при td=8.

Это дает право данные, полученные на выборочном обследовании, распространить на всех остальных животных данного стада.

Для определения уровня вероятности полученных результатов пользуются специальной «Таблицей Стьюдента- Фишера».

Уровень вероятности (Р) указывает на вероятность безошибочного прогноза. Выделяют три уровня вероятности:

$$P_1 = 0,95; P_2 = 0,99; P_3 = 0,999$$

Вероятность P_1=0,95 (или 95%) показывает, что из 100 повторений или опытов в 95 будет получено установленное превосходство в 99 случаях, а P_3=0,999- из 1000 обследований в 999.

При уровне вероятности $P\circ = 0,90$ разница считается статистически недостоверной. Это значит, что выборочной разности нельзя судить о генеральной, т.е. полученные данные не могут характеризовать генеральную совокупность.

При определении уровня вероятности пользуются формулой:

$$td \geq t_{st}$$

где tt_{st}- стандартное значение критерия, определяемое по таблице Стьюдента для каждого порога надежности в зависимости от

степеней свободы. Число степеней свободы ν (ню) определяется по формуле:

$$\nu = n_1 + n_2 - 2,$$

где: n_1- число вариантов в 1 группе, породе;

n_2- число вариантов во 2 группе, породе.

Пример 2. Сравнить по живой массе индеек двух пород:

$$1.\ M_1 \pm m_{м_1} = 4{,}1 \pm 0{,}1 \qquad n_1 = 100 гол.$$

$$2.\ M_2 \pm m_{м_2} = 4{,}7 \pm 0{,}1 \qquad n_2 = 100 гол.$$

Установить разность в живой массе и ее достоверность

$$td = \frac{M_2 - M_1}{\sqrt{m^2 м_1 + m^2 м}} = \frac{4{,}7 - 4{,}1}{\sqrt{0{,}1^2 + 0{,}1^2}} = \frac{0{,}6}{\sqrt{0{,}02}} = \frac{0{,}6}{0{,}14} = 4{,}3$$

$$\nu = n_1 + n_2 - 2 = 100 - 2 = 198$$

Находим по таблице Стьюдента: t_{st} для $\nu = 198$

$$t_{st} = \left\{ \begin{array}{ccc} P_1 = 0{,}95 & P_2 = 0{,}99 & P_3 = 0{,}999 \\ 2{,}0 & 2{,}6 & 3{,}3 \end{array} \right.$$

А у нас td = 4,3, значит можно сделать вывод, что превосходство индеек второй породы статистически достоверно при P = 0,999.

ЗАДАНИЕ 18. Вычислить средний удой (М) коров черно-пестрой и красной степной пород ГУП им. Осканова, показатели его изменчивости
(σ и Cυ) и их статистические ошибки. Сравнить между собой коров этих пород по удою и установить достоверность полученной разности.

Стандартные значения критерия (t_{st}) по Стьюденту

Число степеней свободы, ν	Вероятность, Р		
	0,95	0,99	0,999
1	12,7	63,7	63,7
2	4,3	9,9	31,6
3	3,2	5,8	12,5
4	2,8	4,6	8,6
5	2,6	4,0	6,9
6	2,4	3,7	6,0
7	2,4	3,5	5,3
8	2,3	3,4	5,0
9	2,3	3,3	4,8
10	2,2	3,2	4,6
11	2,2	3,1	4,4
12	2,2	3,1	4,2
13	2,2	3,0	4,1
14-15	2,1	3,0	4,1
16-17	2,1	2,9	4,0
18-20	2,1	2,9	3,9
21-24	2,1	2,8	3,8
25-28	2,1	2,8	3,7
29-30	2,0	2,8	3,7
31-34	2,0	2,7	3,7
35-42	2,0	2,7	3,6
43-62	2,0	2,7	3,5
63-175	2,0	2,6	3,4
176-00	2,0	2,6	3,3

Удой коров черно-пестрой породы, кг

2920	2880	2510
2810	2640	2690
3000	2740	2660
2240	2310	2350
3250	3000	2340
2500	2220	2200
2800	2430	2180
2410	2240	2440
2210	2440	2590
2300	2650	2740
2100	2700	2090
2850	2440	2190

n =80

2950	2300	2120	2690
2260	2700	2740	2980
2200	2940	2790	2800
1920	2700	2300	2210
2870	2670	2800	2260
2350	2720	2790	2300
2180	2420	2510	2080
2800	2500	2030	2970
2530	1830	2560	2400
2430	2900	3000	2760
2630	2920	1890	2650

n = 40

Удой коров красной степной породы, кг

2260	2340	2560	2100
2260	2340	2220	2050
2470	2240	2500	2540
2670	2280	2990	1810
2350	2740	2640	2340
1970	2140	2550	2590
2180	2960	2720	2270
2660	2340	2040	2340
2240	2530	2440	2900
2910	2990	2400	2640

n = 40

1810	1860	2120
2700	2020	2340
1830	2900	2300
1870	2780	2610
2160	2120	2500
2480	2090	2970
2120	2020	2620
2240	1970	1970
2230	2200	1810
2580	2010	2800

n = 70

ЗАДАНИЕ 19. Вычислить среднюю арифметическую, сигму, коэффициент вариации и их ошибки. Определить, достоверна ли разность в живой массе ярок 8-месячного возраста дочерей двух разных баранов-производителей новой породной группы.

Ярки-дочери барана 284

19,2	29,5	32,7	35,3	38,0	28,8	28,0	29,7	28,9
21,3	28,6	32,8	35,4	38,9	31,5	38,7	32,0	31,9
21,5	29,7	32,3	35,6	39,5	34,9	35,0	35,1	35,2
22,7	28,3	32,6	35,7	39,7	36,5	37,9	27,6	30,8
23,9	28,8	33,1	35,5	39,2	34,4	36,5	27,3	31,7
25,6	29,6	33,2	34,9	39,9	34,5	36,8	27,8	31,5
24,7	28,5	33,4	34,7	40,7	34,6	37,5	29,0	30,2
25,5	27,9	33,6	35,1	41,7	34,7	37,6	27,9	29,9
24,3	28,6	35,7	33,9	41,2	34,8	36,9	25,9	29,5
33,9	34,9	40,9	26,8	30,3	33,9	35,9	43,3	27,1
31,2	34,1	36,0	47,5	25,9	29,9	34,2	36,1	46,9
26,5	31,3	34,3	30,3	37,7				

n = 104

Ярки- дочери барана 4279

19,5	32,2	35,3	42,0	21,1	32,5	35,4	42,8
20,9	32,4	35,5	43,9	23,2	32,7	35,6	43,7
26,9	32,6	35,8	44,0	27,2	33,2	36,0	44,7
28,8	33,8	36,5	45,3	29,9	34,0	37,0	45,8
30,0	34,1	37,5	45,4	30,9	34,2	36,8	49,1
31,0	34,3	37,8	31,1	34,4	37,8	31,2	34,5
38,1	31,3	34,6	38,9	31,4	34,7	39,8	31,5
34,8	40,0	31,6	34,9	41,6	31,7	35,0	41,8
31,8	35,1	41,7	31,9	35,2			

n = 69

Тема 8. СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И И МЕТОДЫ ИХ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Цель: Изучение степени и направления связи между признаками и методов их расчета.

Коэффициент корреляции. Признаки и свойства животных находятся в определенной взаимосвязи. Например, имеется связь между уровнем кормления и молочной продуктивностью, возрастом и массой тела животных, длиной туловища и массой тела, густотой и длиной шерсти и т.д. Связь между признаками живых организмов существует в виде корреляции. При этом каждому назначению одного признака соответствует не одно, а несколько значений другого признака. Так, животные при одинаковой живой массе могут иметь разный удой; при одинаковом удое – разное содержание жира в молоке.

Корреляционная связь бывает:

1. Прямая или положительная, когда с увеличением признака увеличивается и другой. Например: с увеличением длины тела у свиноматок увеличивается и живая масса; с увеличением признака увеличивается и другой. Например: с увеличением длины тела у свиноматок увеличивается и живая масса; с увеличением длины тела у свиноматок увеличивается и количество молочного жира и др.

2.Обратная или отрицательная, когда с увеличением одного признака другой уменьшается. Например, с увеличением удоя у коров снижается жирность молока, куры с высокой яйценоскостью имеют более мелкие яйца, чем больше поросят в помете, тем меньше их живая масса и др.

3.Криволинейная, когда с увеличением одного признака другой признак сначала увеличивается, а затем уменьшается. Например, с увеличением возраста коров до 5 отделов удой за лактацию повышается, а затем снижается; с увеличением живой массы до определенного предела увеличивается и удой, а затем связь становится отрицательной.

Для оценки силы и направления связи между признаками вычисляют коэффициент корреляции – «r». Коэффициент корреляции выражает связь между признаками в относительных единицах, а именно десятичной дробью от 0 до ± 1.Принято считать связь малой, если r =

0,2 – 0,3; связь средней – при r, близком к 0,5; если r = 0,2 – 0,3; связь средней – при r, близком к 0,5; если r≥0,7 – связь считается высокой.

Наличие у коэффициента корреляции знака «- » или «+» указывает на направление связи. Знак «+» означает, что связь между признаками прямая или положительная. Знак «- » свидетельствует о наличии обратной или отрицательной связи.

Максимально возможное значение r = +1 (полная отрицательная связь). При отсутствии связи между признаками r = 0.

8.1. Вычисление коэффициента корреляции для малой выборки и его достоверность

Существует несколько способов вычисления коэффициента корреляции.

В зоотехнии для этого применяют две формулы:

$$1)\ r = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x}{n}}{\sqrt{CxCy}} \qquad 2)\ r = \frac{Cx + Cy - Cd}{2\sqrt{CxCy}}$$

где: x и y - коррелирующие признаки;

Cx и Cy - дисперсии каждого признака;

d- разница между признаками x и y.

Пример 1. Вычислить коэффициент корреляции между настригом шерсти матерей и их дочерей овец советской мясо-шерстной породы (ГУП им.Осканова) и установить его достоверность по следующим данным:

Настриг матерей, кг	настриг дочерей, кг
3,6	3,8
3,5	3,6
3,7	3,9
3,5	3,7
3,2	3,7

n = 5 ïàð ìàòü - äî÷ü

8.1.1. Коэффициент корреляции найдем по формуле 1;

$$r = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\sqrt{CxCy}}$$

Обозначим настриг матерей- x, настриг дочерей- y и занесем данные в таблицу 6.

Таблица 6

Настриг матерей, x	Настриг дочерей, y	xy	X^2	$У^2$
3,6	3,8	13,68	12,96	14,44
3,5	3,6	12,60	12,25	12,96
3,7	3,9	14,43	13,69	15,21
3,5	3,7	12,95	12,25	13,69
3,2	3,7	11,84	10,24	13,69

$\Sigma x = 17{,}5$ $\Sigma y = 18{,}7$ $\Sigma xy = 65{,}50$ $\Sigma x^2 = 61{,}39$ $\Sigma y^2 = 69{,}99$

Производим действия в следующем порядке:

1.Суммируем варианты x и y и находим Σx и Σy.

2. Находим произведение x на y по каждой паре и суммируем их, определяя Σxy.

3.Возводим в квадрат значение каждого варианта признаков x и y и находим Σx^2 и Σy^2.

4.Вычислим Cx и Cy по формулам:

$$Cx = \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} = 61{,}39 - \frac{17{,}5^2}{5} = 0{,}14$$

$$Cy = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} = 69{,}99 - \frac{18{,}7^2}{5} = 0{,}052$$

$$r = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\sqrt{CxCy}} = \frac{65{,}50 - \frac{17{,}5 \times 18{,}7}{5}}{\sqrt{0{,}14 \times 0{,}052}} = \frac{0{,}05}{0{,}085} = 0{,}59$$

6.Ошибка выборочности коэффициента корреляции (m_r)

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}59^2}{5 - 2}} = 0{,}46$$

$$r \pm m_r = 0{,}59 \pm 0{,}46$$

7.Критерий достоверности (tr) выборочного коэффициент корреляции определяется по формуле с учетом числа контролируемых пар:

$$tr = \frac{r}{mr} \geq t_{st} \quad \{\nu = n - 2,$$

где: t_{st} – стандартное значение критерия по Стьюденту;
v- число степеней свободы.

$$|t_r = \frac{0{,}59}{0{,}46} = 1{,}28 \quad \nu = 5 - 2 = 3$$

при $\nu = t_{st}$ {3,2; 5,8 12,9

$t_r \geq t_{st}$,а в нашем случае $t_r = 1{,}28 >$ t_{st}.

В ы в о д. Вычислительный коэффициент корреляции по выборке между настригом шерсти матерей и их дочерей r = 0,47 недостоверен, так как $t_r < t_{st}$. Он не дает возможности сделать какое-либо заключение о связи между настригом шерсти матерей и дочерей в генеральной совокупности. Чтобы выборочный коэффициент корреляции достоверно отражал генеральную совокупность, необходимо провести повторные исследования на более многочисленном материале.

8.1.2. Вычисляем коэффициент корреляции по тем же данным по формуле 2.

$$r = \frac{Cx + Cy - Cd}{2\sqrt{CxCy}}$$

Для этого данные о настриге шерсти матерей и дочерей (пример 1) заносим в таблицу 7.

Таблица 7

Настриг матерей,*x*	Настриг Дочерей,*y*	x^2	y^2	$d = x - y$	d^2
3,6	3,8	12,96	14,44	-0,2	0,04
3,5	3,6	12,25	12,96	-0,1	0,01
3,7	3,9	13,69	15,21	-0,2	0,04
3,5	3,7	12,25	13,69	-0,2	0,04
3,2	3,7	10/24	13,69	-0,5	0,05

$\Sigma x = 17{,}5 \quad \Sigma y = 18{,}7 \quad \Sigma x^2 = 61{,}39 \quad \Sigma y^2 = 69{,}99 \quad \Sigma d = -1{,}2$

$\Sigma d^2 = 0{,}38$

Порядок работы такой же, как и в предыдущем примере, расчеты по следующим формулам:

$$Cx = \Sigma x^2 - \frac{\left(\Sigma x^2\right)}{n} = 61{,}39 - \frac{17{,}5^2}{5} = 0{,}14$$

$$Cy = \Sigma y^2 - \frac{\left(\Sigma x\right)^2}{n} = 69{,}99 - \frac{18{,}7^2}{5} = 0{,}052$$

$$Cd = \Sigma d^2 - \frac{\left(\Sigma d\right)^2}{n} = 0{,}38\,\frac{\left(-1{,}2\right)^2}{5} = 0{,}092$$

Подставляем вычисленные величины в формулу:

$$r = \frac{Cx + Cy - Cd}{2\sqrt{CxCy}} = \frac{0{,}14 + 0{,}052 - 0{,}092}{2\sqrt{0{,}14 \times 0{,}052}} = \frac{0{,}10}{2 \times 0{,}085} = 0{,}59$$

Вычисление m_r и t_r приводится в примере 1.

8.2. Вычисление коэффициента корреляции для большой выборки и его достоверность

Для большой выборки коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$r = \frac{\Sigma Paxay - nввхв}{n\sigma x\sigma y}$$

где: x и y – коррелирующие признаки;

$\Sigma Paxay$ – сумма построчного умножения частот на условное отклонение;

σx и σy - среднее квадратическое отклонение для каждого коррелирующего признака (относительные значения);

$вх$ и $ву$ – поправки для каждого признака, которые рассчитываются по формулам:

$$вх = \frac{\Sigma Pxax}{n}; \qquad ву = \frac{\Sigma Pyay}{n}$$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{\Sigma Pxax^2}{n} - вх^2}$$

$$\sigma ó = \sqrt{\frac{\Sigma Ðóàó^2}{n} - âó^2}$$

Для обработки данных большой выборки строим корреляционную решетку, основу которой составляют классы обоих изучаемых признаков.

Порядок работы:

1.Найти показатели для построения вариационного ряда признака *x.*

2.Найти показатели для построения вариационного ряда признака *y*.

3.Построить корреляционную решетку, состоящую из классов признака *x*

(по вертикали) и классов признака *y* (по горизонтали). Пересечение вариационных рядов признаков *x* и у дает корреляционную решетку.

4.Сделать разноску всех пар коррелирующих признаков. Разноску делать с учетом величины обоих признаков.

5.Подсчитать частоту вариантов в каждом вертикальном и горизонтальном классах, определив графы *Px* и *Py.*

6.Выделить условно средние классы в вертикальном и горизонтальном рядах, это нулевые классы. Обработать данные каждого вариационного ряда с нахождением $\Sigma Pxax$, $\Sigma Px\,ax^2$, $\Sigma Py\,ay$, $\Sigma Pyay^2$.

7. Пересечение нулевых классов образует фигуру креста, которая делит корреляционную решетку на четыре квадранта I, II,III и IV. В каждом квадранте произвести построчное умножение частот в каждой клеточке решетки на условные отклонения *ax* и *ay*. Сложение $\Sigma Paxay$ по квадрантам даст общую сумму $\Sigma Paxay$.

8.Подставить данные в формулу и рассчитать коэффициент корреляции (r) , его ошибки (m_r) и достоверность (t_r).

Ошибка выборочного коэффициента корреляции рассчитывается по формуле:

$$m_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

Достоверность коэффициента корреляции:

$$t_r = \frac{r}{m_r} \geq t_{st} \text{ при } \nu = n - 2$$

Пример 2. Вычислить коэффициент корреляции между настригом шерсти и живой массой овец советской мясо-шерстной породы и его достоверность по следующим данным

(пары: настриг шерсти, кг - живая масса, кг):

4,5 - 51	3,8 - 45	4,9 - 51	4,9 - 53	4,6 - 58
4,3 - 50	3,9 - 40	4,0 - 46	5,1 - 56	4,7 - 46
4,9 - 48	4,7 - 56	4,1 - 44	5,2 - 50	4,8 - 51
4,2 - 40	3,9 - 41	3,5 - 40	4,8 - 58	3,9 - 40
4,0 - 43	4,0 - 41	3,5 - 40	4,3 - 46	4,3 - 45
	4,4 - 48	4,4 - 40	4,1 - 43	
	4,0 - 40	4,2 - 45	4,9 - 59	3,7 - 40
5,5 - 60	4,4 - 45			

n = 35

Выполняем действия по порядку работы:

1.Обозначим настриг шерсти *x* и найдем показатели для построения вариационного (вертикального) ряда:
Vмин.= 3,5 кг, Vмакс.=5,5 кг.

Д= Vмакс.- V мин.= 5,5-3,5=2,0 кг

Число классов $I = 6$.

$$K = \frac{Д}{l} = \frac{20}{6} = 0{,}33 = 0{,}5$$

Границы первого класса: а) начало 1 класса- 3,5; б) конец 1 класса- (3,5+0,5-0,1)= 3,9.

2.Обозначим живую массу *y* и найдем показатели для построения вариационного (горизонтального) ряда:
Vмин. =40 кг, Vмакс. =60 кг.

Д = V макс.- Vмин.=60-40=20 кг

Число классов *l=6*

$$R = \frac{Д}{l} = \frac{20}{6} = 3{,}33 = 5{,}0$$

Находим границы класса: а) начало 1 класса – 40,
б) конец 1 класса (40+ 5 – 1)=44.

Строим корреляционную решетку, делая разноску всех пар Признаков по порядку, и обрабатываем вертикальный *(x)* и горизонтальный *(y)*, вариационные ряды в соответствии с пунктами 4, 5, 6.

Классы Живая масса, у / Классы Настриг шерсти, х	40 - 44	45 – 49	50 – 54	55 – 59	60 – 64	Px	Ax	Pxax	$Pxax^2$
3,5 – 3,9 4,0 – 4,4	7 1 7	1 6	1	II		8 14	-2 -1	- 16 - 14	32 14
4,5 – 4,9		2	4	4			0	0	0
5,0 – 5,4 5,5 – 5,9	III		1	1 IV	1	2 1	1 2	2 2	2 4
Py	14	9	6	5	1	n=35		∑Pxax=30+4=-26	$\sum Pxax^2=52$
Ay	-1	0	1	2	3				
Pyay	-14	0	6	10	3		∑Pyay=-14+19=5		
$Pyay^2$	14	0	6	20	9		∑Pyay=49		

В каждом квадранте определяем *Paxay* (пункт 7):

I квадрант

1 *строчка* $7(-2)\times(-1)=14$

2 *строчка* $7(-1)\times(-1)=7$

$$\Sigma Paxay = 21$$

II квадрант

2 *строчка* $1(-1)\times 1=-1$

$$\Sigma Paxay = -1$$

III квадрант

$\Sigma Paxay$

IV квадрант

4 *строчка* $1\times 1\times 1=1$

$1\times 1\times 2=2$

5 *строчка* $1\times 2\times 3=6$

$$\Sigma Paxay = 9$$

$$\Sigma Paxay = 21+(-1)+9=29$$

Подставляем данные в формулы:

$$вx=\frac{Pxax}{n}=\frac{-26}{35}=-0{,}47$$

$$вy=\frac{Pyay}{n}=\frac{5}{35}=0{,}14$$

$$\sigma x=\sqrt{\frac{\Sigma Pxax^2}{n}-вx^2}=\sqrt{\frac{52}{35}-(0{,}47)^2}=\sqrt{1{,}49-0{,}55}=0{,}97$$

$$\sigma y=\sqrt{\frac{\Sigma Pyay^2}{n}-вy^2}=\sqrt{\frac{49}{35}-(-{,}14)^2}=\sqrt{1{,}38}=1{,}17$$

$$r=\frac{\Sigma Paxay-вxвy}{n\sigma x\sigma y}=\frac{29-35(-0{,}74)0{,}14}{35\times 0{,}97\times 1{,}17}=\frac{29+3{,}63}{39{,}72}=0{,}82$$

$$r=0{,}82$$

$$m_r=\frac{1-r^2}{\sqrt{n}}=\frac{1-(0{,}82)^2}{\sqrt{35}}=\frac{1-0{,}67}{5{,}92}=0{,}06$$

$$r\pm m_r=0{,}82\pm 0{,}06$$

В каждом квадранте определяем *Paxay* (пункт 7):

I квадрант

1 *строчка* $7(-2)\times(-1)=14$

2 *строчка* $7(-1)\times(-1)=7$

$$\Sigma Paxay = 21$$

II квадрант

2 *строчка* $1(-1)\times 1=-1$

$$\Sigma Paxay = -1$$

III квадрант

$\Sigma Paxay$

IV квадрант

4 *строчка* $1\times 1\times 1=1$

$1\times 1\times 2=2$

5 *строчка* $1\times 2\times 3=6$

$$\Sigma Paxay = 9$$

$$\Sigma Paxay = 21+(-1)+9=29$$

Подставляем данные в формулы:

$$вx=\frac{Pxax}{n}=\frac{-26}{35}=-0{,}47$$

$$вy=\frac{Pyay}{n}=\frac{5}{35}=0{,}14$$

$$\sigma x=\sqrt{\frac{\Sigma Pxax^2}{n}-вx^2}=\sqrt{\frac{52}{35}-(0{,}47)^2}=\sqrt{1{,}49-0{,}55}=0{,}97$$

$$\sigma y=\sqrt{\frac{\Sigma Pyay^2}{n}-вy^2}=\sqrt{\frac{49}{35}-(-{,}14)^2}=\sqrt{1{,}38}=1{,}17$$

$$r=\frac{\Sigma Paxay-вxвy}{n\sigma x\sigma y}=\frac{29-35(-0{,}74)0{,}14}{35\times 0{,}97\times 1{,}17}=\frac{29+3{,}63}{39{,}72}=0{,}82$$

$$r=0{,}82$$

$$m_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}} = \frac{1-(0{,}82)^2}{\sqrt{35}} = \frac{1-0{,}67}{5{,}92} = 0{,}06$$

$$t_r = \frac{r}{m_r} = \frac{0{,}82}{0{,}06} = 13{,}6$$

при $\nu = n - 2 = 35 - 2 = 33$

$$t_{st}\begin{cases} P = 0{,}95 & P = 0{,}99 & P = 0{,}999 \\ 2{,}0 & 2{,}7 & 3{,}7 \end{cases}$$

В ы в о д. Между настригом шерсти и живой массой овец Советской мясо-шерстной породы установлена высокая положительная корреляционная связь r =0,82 при высокой степени достоверности P = 0,999.

8.3. Коэффициент регрессии

Коэффициент корреляции указывает на степень и направление связи между признаками. Иногда необходимо знать характер изменения одного признака в зависимости от изменения другого. Для этих целей рассчитывают коэффициент регрессии. Коэффициент регрессии показывает, насколько изменится один признак при изменении второго на единицу. Он может иметь два значения, то есть показывать изменение признака *x* по *y* и наоборот *y* по *x*.

Коэффициент регрессии вычисляется по формулам:

$$Rxx = r\frac{\sigma x}{\sigma y} \quad \text{и} \quad Rxx = r\frac{\sigma y}{\sigma x}$$

В формулах среднее квадратическое отклонение (σ) берется как абсолютная, с учетом величины класса.

Пример 3. По примеру 2 коэффициент корреляции между настригом шерсти *(x)* и живой массой *(y)* равен r=0,82,

σx (относительная) = 0,97 К (для *x*) = 0,5 кг.

σy (относительная) = 1,17 К (для *y*)= 5 кг.

Абсолютная $\sigma x = 0{,}97 \times 0{,}5 = 0{,}49 кг$

Абсолютная $\sigma y = 1{,}17 \times 5 = 5{,}85 кг$

Отсюда $Rxx = 0{,}82 \dfrac{0{,}49}{5{,}85} = 0{,}07 кг.$

Это значит, что с увеличением живой массы на 1 кг настриг шерсти увеличится на 0,07 кг.

Отсюда $Rxx = 0{,}82 \dfrac{5{,}85}{0{,}49} = 9{,}78 кг.$

Это значит, что с увеличением настрига шерсти на 1 кг живая масса увеличится на 9,78 кг.

ЗАДАНИЕ 20.Вычислить коэффициент корреляции и его достоверность между содержанием жира за I и III лактации в молоке коров черно-пестрой породы (ГУП им.Осканова) по следующим данным:

4,0 – 3,9	4,1 – 4,0	3,9 – 3,8	4,0 – 4,2
3,7 – 3,7	4,0 – 3,9	3,7 – 3,7	3,8 = 4,0
3,9 – 3,7	3,9 – 4,1	4,0 – 3,7	3,4 – 3,6
3,4 – 3,5	3,5 – 3,6	3,9 = 4,2	

n=15

ЗАДАНИЕ 21. Вычислить коэффициент корреляции и его достоверность между настригом и длиной шерсти овец северокавказской мясо-шерстной породы по данным (пары: настиг шерсти - длина шерсти):

4,0 – 11	4,4 – 12	4,0 – 13	4,3 – 12	4,5 – 13
4,7 – 15	4,7 – 12	4,0 – 12	4,6 – 15	4,9 – 13
5,0 – 14	4,7 – 14	4,9 – 14	5,1 – 15	4,8 – 15

n=15

ЗАДАНИЕ 22. Вычислить корреляционную связь и его достоверность между содержанием жира в молоке за I и III лактации у коров красной степной породы (ГУП «Нестеровское») данным (пары: I-III лактации):

4,1 – 4,8	3,7 – 4,1	3,9 – 4,1	4,1 – 3.7
3,7 – 4,0	3,7 – 3,9	4,1 – 3,9	3,6 – 3,8
3,3 – 3,5	3,8 – 3,7	3,7 – 4,0	3,5 – 3,6
3,7 – 3,9	3,7 – 3,9	3,7 – 3,9	3,9 – 4,0
3,7 – 3,8	4,3 – 4,5	3,8 – 3,8	3,7 – 3,8
3,8 – 3,9	3,7 – 3,8	3,8 – 3,9	3,8 – 3,7
3,6 – 3,9	3,8 – 3,7	3,7 – 4,0	3,7 – 3,8
3,6 – 3,8	3,8 – 3,8	3,6 – 3,8	3,6 – 3,9
3,6 – 3,8	3,7 – 4,2	3,6 – 3,8	3,7 – 3,9
3,7 – 4,1	3,7 – 3,9	4,0 – 3,8	3,8 – 3,9
3,0 – 3,1	3,5 – 3,6	3,1 – 3,5	3,4 – 3,5
3,2 – 3,6	3,5 – 3,7	4,2 – 5,0	3,7 – 3,9
3,7 – 3,8	3,8 – 3,9		

n=50

ЗАДАНИЕ 23.Вычислить корреляционную связь и ее достоверность и коэффициент регрессии между живой массой и настригом шерсти баранчиков-годовиков северокавказской мясо-шерстной породы по следующим данным (пары: живая масса- настриг шерсти):

40 – 4,7	44 – 3,2	45 – 4,0	50 – 4,5	45 – 4,0	43 – 4,9
50 – 4,2	48 – 3,8	50 – 4,5	52 – 4,0	40 – 3,6	42 – 3,0
48 – 3,7	44 – 3,0	40 – 4,0	48 – 3,9	52 – 4,5	46 – 4,4
46 – 3,0	55 – 4,2	54 – 5,0	50 – 3,8	48 – 4,8	47 – 5,2
55 – 4,0	45 – 3,4	50 – 3,7	50 – 5,4	40 – 4,0	52 – 4,3
44 – 3,3	50 – 3,7	42 – 2,8	46 – 3,7	52 – 4,4	55 – 5,0
55 – 3,7	50 – 5,2	46 – 3,5	55 – 4,5	46 – 4,0	50 – 5,0
52 – 5,2	46 – 4,0	47 – 4,7	44 – 3,7	42 – 4,3	50 – 3,8
45 – 4,0	45 – 4,0	46 – 4,8	45 – 5,5	50 – 3,7	46 – 3,8
52 – 4,4	40 – 4,0	55 – 4,4	55 – 4,0	52 – 4,2	44,41
48,43	46 – 4,1	50 – 5,5	55 – 4,0	50 – 4,8	46 – 4,2
48 – 4,3	50 – 4,5	50 – 4,0	44 – 4,3		

n=70

ЗАДАНИЕ 24. Вычислить коэффициент корреляции и регрессии между величиной удоя и процентом содержания жира в молоке коров швицкой породы (пары: удой - % жира):

2500 – 3,70	4900 – 3,60	3200 – 3,6	3850 – 3,7
3400 – 3,50	2990 – 3,80	2800 – 3,6	3100 – 3,9
2750 – 3,80	3000 – 3,60	2700 – 3,6	2950 – 3,7
2650 – 3,80	2870 – 3,60	2720 – 3,7	2780 – 3,7
2680 – 3,60	2930 – 3,80	2420 – 3,8	2870 – 3,6
2700 – 3,70	4700 – 4,7	2650 – 3,6	4600 – 3,6
2890 – 3,7	4500 – 3,6	2760 – 3,8	4300 – 3,5
2640 – 4,3	4400 – 3,6	2570 – 3,9	2690 – 3,7
3830 – 2,90	3690 – 3,2	3830 – 3,4	3790 – 3,5
2760 – 3,80	3200 – 3,7	4800 – 3,6	5200 – 3,7
5100 – 3,60			

n=41

Тема 9. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Дисперсионный анализ – важный раздел математической статистики , позволяющий решать ответственные задачи в биологических исследованиях. Его используют при определении коэффициента наследуемости при оценке производителей по качеству потомства, общей и специфической комбинационной способности, показателей силы влияния с выявлением доли генетической и паротипической изменчивости в общей фенотипической изменчивости, достоверности влияния по факторам.

При проведении дисперсионного анализа пользуется следующими терминами и величинами:

Cy – общая дисперсия (показатель, которым измеряют разнообразие, возникающее под влиянием факторов, изучаемых и контролируемых в опыте).

Cx – частная или факториальная дисперсия (показатель неучтенных факторов, которые не учитывают и не контролируют в опыте, но они оказывают влияние на изменчивость признака).

Определение дисперсии *Cy* строится на вычислении суммы квадратов отклонений вариантов от общей средней $(X - M_0)^2$, *Cx* – на вычислении суммы квадрантов отклонений групповых средних от

общей средней $(Mi - M_0)^2$, *Ce*- на вычислении суммы квадрантов отклонений вариантов от групповых средних $(X - Mi)^2$.

В приведенных уравнениях *x* означает варьирующий признак, M_0 – общую среднюю, *Mi* – групповую среднюю. Другие величины используются в дисперсионном анализе: степени свободы для общей дисперсии *(Ve)*, для факториальной дисперсии *(Vx)* и для остаточной дисперсии *(Ve)*;

варианты или взвешенные дисперсии $[\sigma^2]$: общая $\sigma^2 = \frac{Cy}{Vy}$;

изменчивость, обусловленная влиянием изучаемого фактора,

равна $hx^2 = \frac{Cx}{Cy}$, а всех других (случайных) $he = \frac{Ce}{Cy}$.

Градацией обычно называют совокупность переменных, относящихся к одному значению организованного фактора. Это может быть, например, совокупность всех дочерей одного производителя или одной самки.

Частные группы, подобранные для каждой градации фактора, называются градациями комплекса. Для каждой градации вычисляют частные средние значения признака. В результате получается дисперсионный комплекс.

9.1.Анализ однофакторных дисперсионных комплексов

К однофакторным дисперсионным комплексам относятся те комплексы, в которых доли разнообразия зависят от одного фактора. Это могут быть другие признаки той же особи, различные условия содержания, кормления и т.д.

Для распространения однофакторного комплекса составляется расчетная таблица, в которой в качестве примера изучим влияние уровня протеина в кормосмесях на прирост живой массы цыплят бройлеров.

Следовательно, здесь изучаемый фактор- уровень протеина, его градациями будут рационы, различающиеся по содержанию протеина (возьмем четыре градации).

Для каждой градации по типу аналогов комплектуем группы цыплят по 30 голов. Рассмотрение частных средних указывает на заметное влияние изучаемого фактора, на разнообразие

результативного признака, что дает основание рассчитывать показатели дисперсионного анализа.

Однофакторный равномерный дисперсионный комплекс

Таблица 9

Живая масса *(x)* цыплят, кг	Рационы (градации)				Число градации *l=4*
	1	2	3	4	
1,2 1,3 1,4 1,5 1,6	6 10 10 4 -	3 4 8 12 3	1 5 10 9 5	- 3 3 12 12	
Объем градации, n	30	30	30	30	$N = \Sigma n = 120$
Σx по градациям равна $\sum fx$	40,2	42,8	43,2	45,3	$\Sigma\Sigma x = 171{,}5$
Частные средние $Mi = \frac{\Sigma x}{n}$	1,34	1,43	1,44	1,51	$M = \frac{\Sigma\Sigma x}{N} = \frac{171{,}5}{120} = 1{,}43$
$\frac{(\Sigma x)^2}{n}$	53,9	61,1	62,1	68,4	$\Sigma \frac{(\Sigma x)^2}{n} = 245{,}6$
$\Sigma x^2 = \Sigma x^2 f$	54,14	61,44	62,54	68,67	$\Sigma\Sigma x^2 = 246{,}79$

Общую дисперсию – *Cy*, представляющую собой сумму квадратов центральных отклонений признака (живой массы цыплят), находим по формуле:

$$Cy = \Sigma\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma\Sigma x)^2}{N} = 246,79 - \frac{171,5^2}{120} = 1,69$$

В этой формуле значение $(\Sigma\Sigma x^2)$ получаем возведением в квадрат всех дат по градациям с последующим их суммированием.

Факториальную дисперсию – *Cx* ,характеризующую влияние изучаемого фактора (уровня протеина) на изменчивость живой массы цыплят, определяем по формуле:

$$Cx = \Sigma\frac{(\Sigma x)^2}{n} - \frac{(\Sigma\Sigma x)^2}{N} = 245,6 - \frac{171,5^2}{120} = 0,5$$

Остаточную (внутригрупповую) дисперсию – *Ce*, обусловленную влиянием неучтенных в эксперименте факторов, находим из следующего уравнения:

$$Ce = \Sigma\Sigma x^2 - \Sigma\frac{(\Sigma x)^2}{n} = 245,6 = 1,19$$

Таким образом, показатель общего разнообразия *(Cy)* разложен на две составляющие его компонента: разнообразие, зависящее от изучаемого фактора (уровня протеина), и остаточная изменчивость, определяющая совокупность других факторов *(Ce)*. Для комплексов всех типов обязательно *Cy=Cx+Ce,* то есть общая дисперсия, слагается из суммы общефакториальной и случайной дисперсии. В нашем примере 1,69=0,5+1,19.

На основании трех дисперсий однофакторного комплекса рассчитываем два заключительных показателя дисперсионного анализа-показатель силы влияния и показатель достоверности влияния.

Чтобы определить долю влияния изучаемого фактора, вначале находим выборочные оценки (Sa^2 и Se^2) соответствующих варианс σ_a^2 и σ_e^2.

Необходимость подобных вычислений обусловлена тем, что в исследованиях мы всегда имеем дело не с генеральной совокупностью, а с выборкой, и поэтому значения σ_a^2 и σ_e^2 оценивают выборочной вариансой:

$$Sx^2 = \frac{Cx}{l-1} = \frac{0,5}{4-1} = 0,17$$

$$Se^2 = \frac{Ce}{l(n-1))} = \frac{1,19}{4(30-1)} = 0,01$$

тогда оценка факториальной вариансы

$$Sa^2 = \frac{Sx^2 - Se}{n} = \frac{0,17-0,01}{30} = 0,005$$

Отсюда показатель силы влияния:

$$r_w = \frac{Sa^2}{Sa^2 + Se^2} = \frac{0,005}{0,005+0,01} = 0,33$$

Следовательно, разнообразие по живой массе цыплят в нашем примере на 33% обусловлено влиянием уровня протеина в рационе и на 67% другими факторами (энерго-протеиновым отношением, аминокислотным составом, витаминами, минеральными веществами и т.д., которые нами не изучались).

Зная силу влияния фактора, можно рассчитать экономическую эффективность использования.

Определим достоверность сделанных выводов;

$$F = \frac{Sx^2}{Se^2} = \frac{0,17}{0,01} = 17$$

Для $V_1 = l - 1 = 4 - 1 = 3$ и $V_2 = N - l = 120 - 4 = 116$

По таблице 6 (Н.А. Плохинский. «Руководство биометрии для зоотехников») находим критерий достоверности Фишера – F.

Fтабл. =5,8-3,9-2,7. при F=17 установлено достоверное влияние уровня протеина на живую массу цыплят.

Следует отметить, что между равномерными и неравномерными комплексами существует различия, затрагивающие порядок вычислений показателей силы влияния, в частности, подсчета оценки факториальной варианcы Sa^2. Это связано с тем, что в неравномерных комплексах частоты в градациях отличаются разной повторностью, при этом формула

$$Sa^2 = \frac{Sx^2 - Se^2}{n}$$ заменяется формулой $$Sa^2 = \frac{Sx^2 - Se^2}{n_0},$$

где n_0 - усредненное значение повторности в каждой градации.

Для подсчета применяют формулу:

$$n_0 = \frac{1}{l-1}\left(N - \frac{\Sigma n^2}{N}\right),$$

после нахождения Sa^2 определяем силу влияния

$$r_w = \frac{Sa^2}{Sa^2 - Se^2}$$

В нижеследующем примере остаточная дисперсия (Се) находится по разности между общей и факториальной дисперсией $Ce = Cy - Cx$.

ЗАДАНИЕ 37. Определить влияние плотности посадки молодняка кур породы белый леггорн на прирост живой массы.

На основании проведенного анализа определить разнообразие молодняка кур в % в зависимости от плотности посадки.

Установить достоверность сделанных выводов, используя для этого таблицу стандартных значений критерия Фишера (Плохинский Н.А., стр.232).

Однофакторный неравномерный дисперсионный комплекс

Таблица 10

Живая масса (x) молодняка, кг	Плотность посадки (градации)			Число градации *l=3*
	10	12	14	
1,5	-	2	4	
1,6	2	4	10	
1,7	6	13	18	
1,8	12	9	5	
1,9	10	8	2	
	30	36	39	N=
$\Sigma x = \Sigma fx$				$\Sigma\Sigma x =$
$Mi = \frac{\Sigma x}{n}$				$M = \frac{\Sigma\Sigma x}{n}$
$\frac{(\Sigma x)^2}{n}$				$\Sigma\Sigma\frac{(\Sigma x)^2}{n}$

$$\Sigma x^2 = \Sigma x^2 f$$

$$\Sigma\Sigma x^2 =$$

ЛИТЕРАТУРА

Основная

Е.К. Меркурьева, Г.Н. Шангин-Березовский. Генетика с основами биометрии. М.,Колос, 1983 г.

С.Х. Ларцева, М.К. Муксинов. Практикум по генетике. М., Агропромиздат, 1985 г.

Дополнительная

Е.К. Меркурьева. Биометрия в селекции и генетике с.-х. животных. М., Колос, 1970 г.

Н.А. Плохинский. Руководство по биометрии для зоотехников. М., 1969 г.